

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS



**RESONANCIAS ELECTROMAGNÉTICAS EN EL
SCATTERING DE LUZ POR SUPERFICIES Y OBJETOS:
DETECCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE OBJETOS
OCULTOS, CAMPO CERCANO Y FUERZAS ÓPTICAS**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

José Ricardo Arias González de la Aleja

Bajo la dirección del doctor

Manuel Nieto Vesperinas

Madrid, 2005

INSTITUTO DE CIENCIA DE MATERIALES DE MADRID



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
Facultad de Ciencias Físicas



**RESONANCIAS ELECTROMAGNÉTICAS
EN EL SCATTERING DE LUZ POR
SUPERFICIES Y OBJETOS:**

**Detección y caracterización de objetos ocultos,
Campo cercano y Fuerzas ópticas**

Memoria presentada por
J. Ricardo Arias González de la Aleja
para optar al título de Doctor en Ciencias Físicas

Director:
Prof. Manuel Nieto Vesperinas

*A Sagrario,
M^a Nieves, Antonio Luis, M^a Sagrario
y Antonio*

PRÓLOGO + AGRADECIMIENTOS

El oficio de pensar es de los más graves y peligrosos sobre la faz de la tierra bajo la bóveda del cielo. Es como el del aeronauta, el del marino y el del minero. Ir muy lejos explorando, muy arriba o muy abajo: mantiene alrededor la continua amenaza del vértigo, del naufragio o del aplastamiento. Así, la principal condición del pensador es la serenidad.

– Rubén Darío

Dice el filósofo que lo que distingue a la metafísica de la ciencia es que la primera pregunta y la segunda intenta responder. Durante estos nunca suficientes años y desde la siempre inmadurez del que se inicia en la labor de la investigación, he entendido que el buen científico es aquel capaz de saber qué preguntar, más que el que meramente pregunta o el que se esfuerza por responder. En este sentido, no es nuevo afirmar que un científico es una sofisticación del concepto de filósofo, y en cuanto a que fragua, quizás cosas que discutiblemente ya subyacen, es un artista.

En palabras del escritor francés¹:

Los sabios no saben nada; no tienen ninguna curiosidad. Es una indiscreción interrogarles sobre aquello que no es su especialidad.

O desde la ingenuidad pero asombro e interés del lego²:

*Desde el momento mismo. En el preciso instante.
Desde la albórea incógnita que encierra
la magnitud del comienzo.
En la profunda sima, desde el oscuro pozo.
En la noche ancestral de luciérnagas sin vela,
arquitectura intangible, armónico silencio.
Desde la gravedad estática y pitagórica del espectro,
o la ingravidez sublimada pululando en espera.
En la especulación, el sofisma y la hipótesis,
o en la predecibilidad constatada del cómo
para siempre lo ignoto del porqué.
En la gallina o el huevo, desde la clara o la yema,
en el principio casual, o en la causa del principio.
Desde el ser y el estar, en el sentir;
desde el cimiento mismo donde fragua la razón y el intelecto
para saberse partícula de un todo, o a lo sumo,
hormiga trajinera en un minúsculo y remoto tiempo-espacio
del complejo y mastodóntico universo ... [...]*

¹ Anatole France

² A. Arias Mazuecos

podemos aprehender el desprecio que se puede sentir por una persona únicamente especialista. Si la universidad fuera sólo un sitio donde se cuentan cosas más difíciles, la investigación podría considerarse el patio de recreo de unos extraños niños que se precian de jugar con un lenguaje diferente.

Sin yo querer caer en de esta agua no beber decir, sí que se puede afirmar, que las bases para formar la prudencia del que escribe he recibido. Buena parte de culpa la tiene el Prof. Manuel Nieto Vesperinas. No es pago, sino gusto lo que me mueve a agradecer; y aunque muchas veces se convierte en una cuestión de educación, la huída aquí me reduciría a escaparate de un comercio de conocimientos, cuyo puesto exhibiría un doctor con poco que ofrecer (a la manera del sabio descrito anteriormente). La labor de mi supervisor es un reservorio de profesionalidad y capacidad, por lo que difícilmente voy a conseguir que mi contribución lo altere. Simplemente puedo reforzar lo que otros ya adquirieron como parte de su formación: ilusión, inquietud y frescura de ideas. Espero poder mantenerlos largo tiempo.

Junto a él, y añadiendo el resto de culpa, pasaron a formar parte de mi árbol las siguientes personas: Alberto Madrazo Fernández, Jorge Ripoll Lorenzo, Marcelo Lester y Patrick Christian Chaumet. Ellos son precursores y artífices ocasionalmente insustituibles de mi tesis. Para orgullo de sus carreras también, sólo necesitaron ser nómadas en el departamento de Teoría de la Materia Condensada, del Instituto de Ciencia de Materiales de Madrid. Es en este sitio donde encontré una acogida humana y profesional que años y esfuerzo me costará sustituir (¿es posible?). Compañeros que, esperando en el tanpreciado exilio científico, o que a su vuelta me han acompañado, son: Anabela, Belén, Carlos, Charles, David, Ernesto, Geli, Leni, M^a Ángeles, M^a José, Marjorie, Ramón, Rosa, Simone, Tito y Victor.

Sin querer áulicamente agradecer, la poca nobleza que pueda mostrar me hace deudor de mis compañeros de despacho: Ángel Muñoz Martín y Pablo J. Velasco Pérez. Nada muere sin previamente impregnar lo que le rodea, ¡gracias! El tiempo, en aquella habitación ... ¿terminó?; como compañeros de viaje que somos, allí sólo hemos estado haciendo las maletas. Al clan fotónico y allegados: Álvaro, Bea, Carlos P., Cefe, Daniel, Elisa, Floren, Joaquín, Juan, Laura, Mauricio y Merche, porque sin tener vinculación directa en este trabajo, sí que por imborrable e involutario recuerdo, placentera es mi traición al soborno de plasmaros en esta ineludiblemente escasa reseña.

Personalidades más fugaces en el desarrollo del doctorado, pero no sin la misma potencia transmisora científica y humana, han sido los Profs. Garnett W. Bryant (Washington, D.C.), J. K. Heinrich Hörber (Heidelberg) y Remi Carminati (París). También, a mi tutora en el departamento de Óptica de la facultad de Ciencias Físicas, de la Universidad Complutense de Madrid, Isabel Gonzalo Fonrodona, y a Victor M. Pérez García, en el departamento de Matemáticas de la Universidad de Castilla la Mancha. Mención especial recibe el Prof. Juan José Sáenz Gutiérrez, en el departamento de Física de la Materia Condensada, facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de Madrid. Él también ha esculpido en mi formación, así como parte de su grupo: Antonio García Martín y Raquel Gómez Medina.

Agradecimiento es una palabra de emoción que aquí queda semánticamente insuficiente. En escritos en lengua inglesa, este tipo de prefacio se llamaría *acknowledgements*, donde tanto agradecimiento como reconocimiento son sentidos consentidos. Tampoco es bastante. Tan contenido me encuentro como incontenta está en este, aunque aparentemente barroco y distendido inicio de tesis, mi incapacidad por incluso sólo dejar de parecer oportunista. Es fruto del infortunio que surge cuando temo importunar a la oportunidad. Esta oportunidad que agradezco me hayáis brindado.

Madrid, 10 de junio de 2002.

ÍNDICE GENERAL

Introducción	1
1. Resonancias electromagnéticas	5
1.1 Introducción	5
1.2 Difracción por un objeto en un campo armónico	7
1.2.1 Función de onda electromagnética y de Schrödinger	7
1.2.2 Desarrollo multipolar: ondas parciales	10
1.2.3 Resonancias naturales y resonancias reales	13
1.3 Factor de calidad, tiempo de vida medio y forma del pico resonante	14
1.4 Modos de galería susurrante y plasmones superficiales	15
1.5 Caracterización de las resonancias	17
1.5.1 Propiedades	17
1.5.2 Comportamiento de los coeficientes	18
1.6 El Arco Iris y la Gloria	20
 Parte I Detección y caracterización de objetos ocultos	 25
2. Resonancias de un objeto oculto bajo una superficie	27
2.1 Introducción	27
2.2 Formulación	29
2.3 Resultados numéricos	30
2.3.1 Perturbación del pico medio resonante por la presencia de una interfaz	30
2.3.2 Influencia de las resonancias de Mie en la distribución angular de intensidad reflejada: amplificación en retrorreflexión	32
2.3.3 Influencia de la anchura del haz	34
2.4 Conclusiones	35
3. Efectos de polarización por un objeto bajo una superficie	37
3.1 Introducción	37
3.2 Geometría de scattering y formulación	38
3.3 Resultados numéricos	41
3.3.1 Cálculos en campo lejano	41

3.3.2	Efectos en campo cercano	44
3.4	Conclusiones	48
Parte II Aplicaciones en Nanociencia: nanopartículas sobre superficies		49
4.	Distribuciones de modos resonantes en campo cercano en nanopartículas sobre superficies planas	51
4.1	Introducción	51
4.2	Formulación	52
4.3	Resultados numéricos	54
4.3.1	Intensidad en campo lejano	54
4.3.2	Distribuciones en campo cercano	56
4.4	Conclusiones	66
Parte III Fuerzas ópticas		69
	Contexto general	71
5.	Teoría de fuerzas electromagnéticas	75
5.1	Introducción	75
5.2	Fuerza sobre una partícula pequeña. La aproximación dipolar	76
5.2.1	Un dipolo en dos dimensiones	77
5.2.2	Componentes de scattering y gradiente. Interpretación	78
5.3	Fuerza sobre una partícula dipolar debido a una onda evanescente	79
5.4	Influencia de la interacción con el sustrato	81
5.5	El Tensor de Tensiones de Maxwell	83
5.5.1	Fuerzas bajo campos armónicos	88
8.	Dependencia de la fuerza con la polarizabilidad y polarización	89
6.1	Introducción	90
6.2	Fuerza y energía sobre un dipolo	90
6.2.1	Componentes de gradiente, scattering y absorción	90
6.2.2	Fuerzas atractivas y repulsivas. Condiciones de plasmón	92
6.2.3	Ejemplos numéricos	94
6.2.4	Energía potencial de un dipolo	98
6.2.5	Efectos del scattering múltiple con una interfaz	100
6.3	Cilindros de tamaño comparable a la longitud de onda	101
6.4	Conclusiones	106
7.	Microscopía fotónica de fuerzas	109
7.1	Introducción	109

7.2	Formulación	110
7.3	Sonda detectora de silicio	112
7.4	Sonda detectora de plata	114
7.4.1	Cilindros pequeños	116
7.4.2	Cilindros de mayor tamaño	122
7.5	Discusión	124
7.5.1	Sobre la naturaleza atractiva o repulsiva de la fuerza vertical	124
7.5.2	Sobre el orden de magnitud de las fuerzas	126
7.6	Conclusiones	126
 Parte IV Conclusiones en el contexto de ampliación y futuro		 129
8.	Vías de ampliación y perspectivas de futuro	131
 Apéndices		 135
A.	Teoría de Mie: ecuaciones básicas	137
A.1	La esfera	137
A.1.1	Solución a partir de separación de variables	138
A.1.2	Intensidad de scattering y secciones eficaces	141
A.1.3	Aproximación de partícula pequeña	143
A.2	El cilindro circular infinito bajo incidencia normal	145
A.2.1	Solución a partir de separación de variables	145
A.2.2	Intensidad de scattering y secciones eficaces	147
A.2.3	Aproximación de partícula pequeña	148
B.	Ecuaciones integrales para resolución de problemas de scattering	151
B.1	Límite de resolución: ondas propagantes y evanescentes	153
B.2	El método de los dipolos acoplados	156
B.3	Ecuaciones integrales para scattering de luz por cuerpos arbitrarios	158
C.	Formulación del problema para geometrías 2 – D	163
C.1	Cálculo de los campos en iluminación por transmisión	163
C.1.1	Ecuaciones de scattering en campo cercano y lejano	163
C.1.2	El haz incidente y la conservación de la energía	166
C.2	Cálculo de las fuerzas en un cilindro circular	168
 Bibliografía		 171

INTRODUCCIÓN

El hilo conector de esta memoria son las resonancias electromagnéticas. Las principales novedades, con respecto a los trabajos hasta la fecha, es que se han estudiado tanto en presencia de superficies como en tamaños pequeños de objetos (del orden del nanómetro). Las palabras clave, técnicamente más genéricas, que envuelven a esta tesis doctoral de óptica electromagnética son: *resonancias electromagnéticas*, *superficies*, *partículas* (u *objetos*), *scattering*¹ *múltiple* y *escala nanométrica*. Los objetivos han sido tres temas de actual interés: detección y caracterización de objetos ocultos bajo superficies de perfiles aleatorios y planos [Arias-González 99, Madrazo 99]; excitación de resonancias en nanopartículas en el campo cercano, usando planos como acopladores y modificadores de su estructura [Arias-González 01a, Arias-González 01b, Arias-González 00]; y el estudio de fuerzas ópticas, tanto para el estudio y modificación de las componentes de la fuerza por la existencia de resonancias [Nieto-Vesperinas 02, Arias-González 02b, Arias-González 02a], como para hacer un modelo de microscopía óptica de fuerzas [Arias-González 02c, Lester 01]. De esta manera, palabras clave más concretas son *detección y caracterización*, *plasmones superficiales*, *modos de galería susurrante*, *óptica de campo cercano*, *fuerzas ópticas* y *microscopía fotónica de fuerzas*. El efecto de las superficies, por medio del scattering múltiple con el objeto, modifica de modo ostensible las excitaciones resonantes, de tal manera que pueden llegar a desaparecer o incluso a multiplicarse. Una superficie rugosa o con defectos es, a la vez, potencialmente una distribución de partículas que pueden ser excitadas. En escalas muy pequeñas de tamaño (del orden del nanómetro), las superficies han de analizarse localmente, por lo que el efecto de emisores o centros dispersores dipolares y finitos, como pueden ser partículas, puntas y moléculas, es relevante.

El capítulo 1 es introductorio al tema de las resonancias electromagnéticas en objetos. No constituye investigación desarrollada en esta tesis, pero es una compilación única de las aportaciones más relevantes a nivel fundamental en cuanto a lo que se refiere a los modos propios electromagnéticos en objetos. No es sólo un resumen bibliográfico; se han unificado notación y desarrollos matemáticos para presentar el tema desde un punto de vista general y, hasta donde se ha podido, pedagógico. La panorámica encontrada en los artículos suele ser aplicada, aislada y parca en los fundamentos físicos inherentes. En conexión con este capítulo, el apéndice A resume la teoría de Mie en esferas y cilindros, pieza básica de la mayoría de los experimentos y teorías realizados en configuraciones de objetos y luz. Fue en el contexto de la teoría de Mie, desarrollada inicialmente en estas dos geometrías, donde surgió la posibilidad de excitar estas —en principio, simplemente— amplificaciones de campo, por lo que se suelen conocer con el nombre de resonancias de Mie. Sin embargo, en ocasiones es más acertado usar el concepto de modo propio electromagnético, por el paralelismo que

¹ Se usa el concepto de *scattering* como análogo al de *esparcimiento*. De igual manera, se emplea en esta tesis el verbo *dispersar* como sinónimo de *esparcir*.

estos fenómenos guardan con los modos en cavidades resonantes o los niveles cuánticos.

La parte I estudia un problema ubicuo en lo que concierne a ondas. Es la detección y caracterización de objetos ocultos bajo superficies planas o rugosas aleatorias. Los cálculos presentados son electromagnéticos, y el rango de frecuencias al que es aplicable pasa por radio frecuencias, microondas, o infrarrojo. Sin embargo, el scattering de ondas por superficies tiene también interés en ondas acústicas. Todas las interfaces² son rugosas en cierto grado que depende de la longitud de onda del campo interactuante. El rango de aplicaciones está bastante abierto: desde geociencia hasta física médica. En el capítulo 2 se estudian las resonancias de un objeto oculto bajo una superficie plana o rugosa aleatoria, observando su modificación e influencia en propiedades de la distribución de intensidad reflejada por la superficie. En este sentido se demuestra que, como firmas de identidad de los objetos que son, la caracterización de éstas en objetos ocultos conlleva la caracterización de dichos objetos en esta situación. El capítulo 3 presenta simulaciones de campo electromagnético cercano en el infrarrojo y de los elementos de matriz de Mueller de un objeto oculto. Se estudian los efectos de polarización introducidos por el sistema superficie–objeto. En este caso, se ha intentado usar parámetros que reproduzcan la piel (referente al perfil aleatorio de la superficie) y a las constantes ópticas de tejidos biológicos (objeto y medio). Se precisará en dicho capítulo la aplicabilidad del modelo expuesto.

La parte II se adentra en temas más específicos de lo que se denomina nanociencia, trabajando dentro del rango óptico. El trabajo de esta parte se encuadra en la emergente disciplina de la nanoóptica. Sin embargo, hay que decir que la parte III también está contenida en este marco, aunque con el fin de concretar por temas de trabajo, se ha hecho esta división en la memoria. En esta segunda parte se han estudiado las resonancias de Mie en campo cercano, descubriendo la estructura inhomogénea a nivel nanométrico que posee el campo; esto es, una estructura de modos. Patrones similares fueron encontrados anteriormente en partículas mucho mayores. Aquí se han estudiado en presencia de interfaces planas, considerando incidencia con haces propagantes y evanescentes, y viendo la alteración que introduce la interfaz tanto en campo cercano como lejano. Se han estudiado partículas dieléctricas y metálicas, usando datos experimentales de las permitividades dieléctricas en las simulaciones. El conocimiento de la estructura de modos ha sido necesario para abordar los trabajos investigados en la tercera parte, puesto que es en la zona cercana donde el campo determina las fuerzas que se ejercen sobre las partículas que interactúan.

La parte III está dedicada al estudio de fuerzas electromagnéticas. Gracias a lo novedoso del uso de estas magnitudes en la escala molecular, y a las sugerentes posibilidades que estas débiles fuerzas no sólo ofrecen, sino también tecnológicamente hoy posibilitan, se ha podido investigar este tema desde el nivel de primeros desarrollos hasta el de aplicaciones. Éste primer nivel es el objetivo del capítulo 5, donde se ha desarrollado la teoría electromagnética implicada. Algunos elementos, como son el tensor de tensiones de Maxwell, son conocidos desde largo tiempo, pero tradicionalmente han pasado desapercibidos en los cursos de electromagnetismo por no tener, quizás, un papel relevante más allá del mero concepto. El capítulo 6 responde a uno de los problemas que se han encontrado experimentalmente a la hora de manipular objetos en campos inhomogéneos: la naturaleza atractiva y repulsiva de estas fuerzas en nanopartículas. A menudo se ha jugado con partículas dieléctricas y metálicas de diversos tamaños, sin saber a qué responde que en ciertas condiciones los gradientes de intensidad de campo las atraigan, y en otras las repelan. Así, las partículas dieléctricas siempre son atraídas hacia los máximos de intensidad del campo electromagnético, pero cuando hay absorción y fuerte esparcimiento, como es el caso

² Interfaz: del inglés *interface*, superficie de contacto.

de partículas metálicas, el problema es más complejo. En especial, en el caso de excitación de plasmones superficiales sobre la partícula. El capítulo 7 presenta la Microscopía Fotónica de Fuerzas, concepto nuevo al que contribuye esta tesis. Se concibe un modelo para realizar imágenes, a escala nanométrica, de topografías de superficies. La idea esencial es la transducción en señal de microscopía, de las fuerzas ejercidas por un campo electromagnético (óptico) sobre una partícula en presencia de la superficie que constituye el sustrato, la cual es en general corrugada. Se presentan cálculos con simulaciones para varios perfiles de superficie, así como diversos tamaños y materiales para la partícula usada como sonda exploradora. Se compara este modelo con otros tipos de microscopía recientes y se analizan sus ventajas. El concepto de microscopía puede ser quizás ampliado al de análisis, puesto que este modelo acepta también ser entendido como una forma de examinar muestras sobre superficies.

La parte IV está destinada a las conclusiones generales, vías de ampliación y conexión con otros temas para los que este trabajo pueda tener interés.

El apéndice B introduce el *espectro angular*, que permite expresar los campos electromagnéticos harmónicos como superposición de ondas planas. Ésta expansión es útil para entender la contribución de las ondas propagantes (u homogéneas) y evanescentes (o inhomogéneas) al campo dispersado por cualquier objeto. Establece, así mismo, el límite de resolución de la óptica clásica, y los campos electromagnéticos lejano y cercano. En este apéndice B también se exponen métodos de resolución de problemas de scattering con ondas lineales, extensa y eficazmente usados previamente en óptica, y que se pueden ampliar en las referencias allí citadas. Aquí se pretende que sirvan de apoyo al trabajo de esta tesis, y permitan la comprensión del estudio realizado. En particular, en el apéndice C, se aplica uno de los métodos (teorema de extinción) a la configuración más usada en esta tesis. Además, se presentan problemas analíticos menos centrales, entre los que se incluye la aplicación del tensor de tensiones de Maxwell a una geometría cilíndrica.

*La naturaleza no hace nada
superfluo, nada inútil, y sabe
sacar múltiples efectos de una
sola causa.*

– Nicolás Copérnico

CAPÍTULO 1

RESONANCIAS ELECTROMAGNÉTICAS

La primera vez que se encaró el problema de un campo electromagnético y una esfera, fue en 1908, y fue realizado por Gustav Mie [Mie 08]. Posteriormente, apareció el trabajo de Petrus Debye [Debye 09], en 1909. La solución que encontraron está basada en las ecuaciones de Maxwell, y por tanto es rigurosa. Hablando con propiedad, lo que se denomina como *teoría de Mie* se refiere a la solución que Mie dio al problema de la esfera en un campo armónico plano propagante. Posteriormente, se realizaron estudios similares en cilindros, ovoides y otros objetos de diversas geometrías y estructuras internas, considerando, así mismo, otros tipos de incidencia como onda evanescente o haz gaussiano. La teoría de Mie se ha sometido a examen hasta nuestros días. Una de sus predicciones, es la aparición de picos en las amplitudes de los campos electromagnéticos para determinadas frecuencias discretas de la luz incidente. Estos picos fueron denominados *resonancias de Mie*, y traían consigo una serie de fenómenos físicos asociados, como son la aparición de ondas superficiales que recorren la superficie de los objetos, altas concentraciones de campo en el interior de los mismos, confinamiento del campo, propagación de polaritones plasmónicos superficiales en partículas metálicas, aparición de picos en la intensidad de scattering de objetos iluminados, o la interpretación como modos electromagnéticos.

1.1 Introducción

La aparición de picos resonantes cerca de las frecuencias naturales de oscilación, ha sido observada en la presión de radiación [Ashkin 77, Chylek 78, Ashkin 81a], scattering elástico [Ashkin 77, Ashkin 81a, Chylek 83, Fahlen 68], y espectros de emisión inelástica (fluorescencia [Benner 80, Hill 84, Hill 85] y Raman [Thurn 84, Thurn 85, Lettieri 85]) de esferas dieléctricas, y en el scattering elástico [Owen 81a, Ashkin 81c] y espectros de emisión inelástica [Owen 87, Owen 82] de cilindros. Se han obtenido modos de emisión láser de gotas esféricas [Tzeng 84, Qian 86c, Snow 86, Lin 86] y esferas sólidas [Garret 61, Baer 87]. Se

ha observado scattering Raman estimulado (SRS¹: Stimulated Raman scattering) [Snow 85, Qian 85, Qian 86a], y mezcla coherente Raman [Qian 85] en microesferas líquidas. La retroalimentación para estos procesos estimulados se ha atribuido a las resonancias que ocurren en las frecuencias naturales de las gotas. Se han observado ensanchamientos de las líneas de modulación de fase en gotas esféricas [Qian 86b]. Los realces de los campos, que se requieren para ensancharlas a baja intensidad incidente, se han atribuido a las resonancias de las partículas. La retroalimentación óptica para la transferencia de energía realizada que se ha observado en microesferas, [Folan 85], también la proporcionan resonancias de partículas. Los espectros de resonancia de esferoides dieléctricos y cilindros finitos han sido así mismo computados [Barber 82].

Los modos resonantes, también llamados modos propios, electromagnéticos son muy importantes en varias áreas de investigación. Por un lado, se realizan experimentos para ver la anchura de línea de los plasmones superficiales en partículas metálicas [Klar 98, Link 99b, Link 99a] y la evolución de sus campos cercanos, tanto en partículas aisladas como en agregados [Link 99c, Krenn 99], con el fin de entenderlos a nivel básico y buscar posibles aplicaciones [Ditlbacher 00] de sus propiedades ópticas. Por otro lado, los trabajos experimentales en la excitación de resonancias de Mie [Liu 95, Dubreuil 96, Collot 93, Knight 95, Weiss 95, Griffel 96] ponen de manifiesto un posible interés en estos sistemas para su uso como confinadores de campo y cavidades resonantes de alto factor de calidad. También en estudios de óptica de campo cercano (NFO: near field optics) [Greffet 97, García 97, Nieto-Vesperinas 96, Pohl 93], las partículas pequeñas pueden actuar como detectores o emisores [Inouye 94, Kawata 94, Madrazo 97b, Gu 99], por lo que su comportamiento resonante mejora en gran manera su utilidad. Además, la analogía de estos modos propios con orbitales electrónicos sugiere la posibilidad de formar interacciones electromagnéticas enlazantes y antienlazantes entre partículas vecinas [Antonoyiannakis 97], introduciendo, de esta manera, interacciones atractivas a través de la acción de luz que provoquen el ensamblamiento de éstas en nanoestructuras a través de ligaduras ópticas (optical binding) [Burns 89, Bayer 98].

Otros usos que se tienen de las resonancias están en medidas de tasas de evaporación, temperatura, tensión superficial y viscosidad de gotas líquidas; también, medidas de deformación de partículas, determinación de especies químicas y caracterización de esprays. En principio, también se pueden determinar los tamaños e índices de refracción de objetos (incluyendo dispersión), aunque los algoritmos son complejos y limitados en el rango de aplicabilidad [Barber 88]. Hay muchos otros fenómenos no lineales en los que tienen gran aplicación: scattering Brillouin estimulado, scattering Raman Anti-Stokes coherente, mezcla coherente Raman, generación de suma de frecuencias y biestabilidad (para una panorámica general de estos efectos véase [Hill 95]).

Existen más áreas, en el scattering electromagnético, en las que las resonancias son relevantes. Por ejemplo, tienen uso como cavidades dieléctricas resonantes a frecuencias de microondas, que han sido extensamente estudiadas y son usadas como filtradoras, acopladoras y selectoras de frecuencias en circuitos de microondas y guías de onda [Gastine 67, Guillon 77, Affolter 73, Burr 73, Kajfez 86]. También se emplean en la caracterización de dianas de radar, usando métodos de expansión de singularidades [Baum 76, Uberall 81, Gaunaud 83]. En estos trabajos, las resonancias se usan para relacionar las medidas de los campos esparcidos dependientes del tiempo con los campos de un pulso incidente corto de energía electromagnética. La mayoría de las dianas de radar son buenos conductores y las resonancias se corresponden con rápidas sinusoides en el dominio temporal de respuesta.

¹ Se ha convenido en reseñar los anglicismos de los conceptos que todavía no están extendidos en castellano. Se anotan entre paréntesis y a continuación de la traducción que aquí se ha dado

En este capítulo

La teoría de Mie, referida a esferas y cilindros, se encuentra resumida en el apéndice A. Como la aparición de modos resonantes electromagnéticos es un fenómeno más general, y con una interpretación no reducida a la resolución del problema de scattering, en la sección 1.2 se hace una presentación más formal: primeramente, se considerarán las resonancias electromagnéticas en el marco del formalismo mecanocuántico de función onda, para posteriormente, analizar el problema electromagnético completo de un objeto iluminado por un campo armónico. Finalizaremos esta sección analizando la aparición de los modos resonantes a partir de la teoría desarrollada. La sección 1.3 define los parámetros típicos de cualquier resonador. Entrando ya en contacto con situaciones reales, §1.4, se establece una clasificación de las resonancias distinguiendo las que aparecen en dieléctricos y metales. Aunque la raíz del fenómeno es la misma, se da una interpretación física a su aparición en estas dos clases de materiales. En la sección 1.5 se detalla su caracterización, especificando propiedades y el comportamiento de los coeficientes de ondas parciales. Por último, con el fin de establecer un nexo con fenómenos ya conocidos, se apuntan las teorías del Arco Iris (the Rainbow) y de la Gloria (the Glory), §1.6, que aparecen en el estudio de scattering de luz por objetos, y dan lugar también reales de los campos.

1.2 Difracción por un objeto en un campo armónico

1.2.1 Función de onda electromagnética y de Schrödinger

Antes de iniciarnos en el problema de la función de onda vectorial electromagnética, consideremos el caso escalar. Veremos en la siguiente sección que la ecuación vectorial se puede reducir, en diversas circunstancias, a la ecuación escalar. El paralelismo que vamos a establecer con la función de onda de Schrödinger, nos será útil para entender algunas similitudes físicas. Sea $\psi(\mathbf{r}, t)$ un campo escalar que satisface la ecuación de ondas sin fuentes:

$$\nabla^2 \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0, \quad (1.1)$$

que puede analizarse en el tiempo mediante la transformada de Fourier:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \, \psi(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t}, \quad (1.2)$$

de forma que cada componente satisface la ecuación de Helmholtz:

$$(\nabla^2 + k^2) \psi(\mathbf{r}, \omega) = 0 \quad (1.3)$$

con $k^2(\omega) = N^2(\omega)k_0^2(\omega)$, $k_0(\omega) = \omega/c$, y $N(\omega)$ el índice de refracción del medio, que se va a suponer independiente de la posición, es decir, consideraremos medios homogéneos. Una forma de resolver esta ecuación es mediante separación de variables, según la cual podemos escribir ψ :

$$\psi(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{l=0}^{+\infty} \sum_{m=-l}^l \varphi_l(r) Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (1.4)$$

siendo (r, θ, ϕ) las coordenadas esféricas usuales, y $Y_{lm}(\theta, \phi)$ los armónicos esféricos [Jackson 75]. $\varphi_l(r)$ es una función radial que cumple la ecuación:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \varphi_l(r) = 0. \quad (1.5)$$

Mediante el cambio $u_l(r) = r\varphi_l(r)$, la ecuación anterior puede escribirse:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u_l(r) = 0. \quad (1.6)$$

La función $u_l(r)$ es uno de los potenciales radiales de Debye [Born 99a]. Supongamos que estudiamos el scattering por un objeto de índice de refracción N en el vacío. La ecuación anterior se extiende al interior y exterior del objeto sin más que considerar el índice $N(r)$:

$$N(r) = \begin{cases} N, & \text{en el interior} \\ 1, & \text{en el exterior} \end{cases} \quad (1.7)$$

En general, k_0 adoptará la forma anterior sólo fuera del objeto. Definiendo el *potencial de scattering* [Nieto-Vesperinas 91]: $V(r) = k_0^2[1 - N^2(r)]$, y la energía $E = k_0^2$ se puede escribir (1.6) [Johnson 93]:

$$-\frac{d^2 u_l(r)}{dr^2} + \left[V(r) + \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u_l(r) = E u_l(r), \quad (1.8)$$

que es la ecuación radial de Schrödinger sin más que considerar un sistema de unidades en el que $\hbar^2/2m = 1$ (con \hbar la constante de Plank y m la masa reducida).

Es inmediato darse cuenta de que existe una importante diferencia entre el caso electromagnético y el mecanocuántico: en el primer caso el potencial de scattering es directamente proporcional a la energía, y en el segundo, es una función independiente de ésta. Esto dará lugar a interesantes diferencias.

El potencial total, o *potencial efectivo* $V_l(r)$, es la suma del potencial de scattering, $V(r)$, y la contribución centrífuga, es decir:

$$V_l(r) = k_0^2[1 - N^2(r)] + \frac{l(l+1)}{r^2}. \quad (1.9)$$

El número de onda local $p_l(r)$ se define con la relación $p_l^2(r) = E - V_l(r)$, que puede escribirse de la forma:

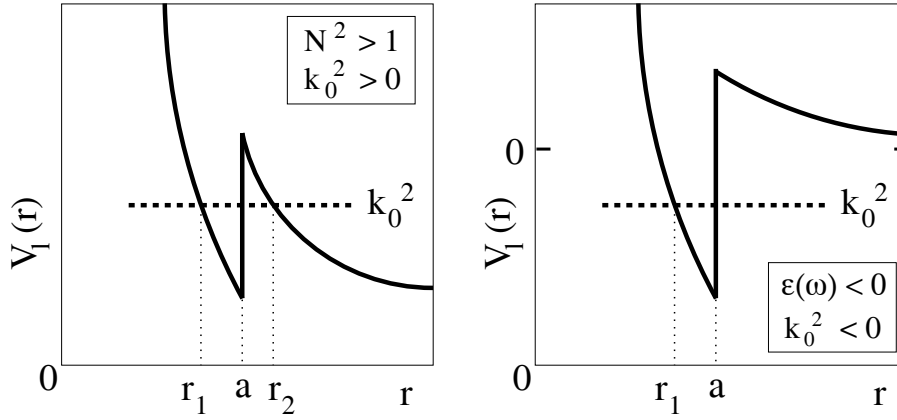


Fig. 1.1: (a) Potencial efectivo asociado a la esfera dieléctrica, (b) potencial efectivo asociado a la esfera con $\epsilon(\omega) < 0$ y $k_0^2 < 0$. (De Ref. [Johnson 93]).

$$p_l^2(r) = k_0^2 N^2(r) - \frac{l(l+1)}{r^2}. \quad (1.10)$$

La cantidad $p_l^2(r)$ es análoga a la energía cinética en mecánica cuántica. Una región es permitida o prohibida clásicamente dependiendo de si $p_l^2(r)$ es positivo o negativo, respectivamente.

Basándonos en esta analogía, consideremos el caso de una esfera de radio a . En este caso, $N(r) = N$, para $r < a$ y $N(r) = 1$, para $r > a$, y el potencial efectivo quedará:

$$V_l(r) = \begin{cases} k_0^2(1 - N^2) + l(l+1)/r^2, & r \leq a \\ l(l+1)/r^2, & r > a \end{cases} \quad (1.11)$$

El que este potencial sea positivo o negativo dependerá de los valores de N^2 y k_0^2 . Supongamos el caso de una esfera dieléctrica con $N^2 > 1$ y $k_0^2 > 0$. En la Fig. 1.1(a) se ha dibujado la forma que tendría el potencial efectivo. La característica principal es que existe un pozo de potencial en la región $r_1 < r < a$. Ésta es la región clásicamente permitida para la cual $p_l^2(r) > 0$. El pozo está rodeado por dos regiones clásicamente prohibidas, $0 \leq r < r_1$ y $a \leq r < r_2$, para las cuales $p_l^2(r) < 0$. Los puntos r_1 y r_2 , definidos por la relación $p_l^2(r) = 0$, son los llamados *puntos de retorno clásicos*. En la equivalencia mecanocuántica del problema, una partícula puede hacer *efecto túnel* a través de la región clásicamente prohibida, $a \leq r < r_2$, para alcanzar la región clásicamente permitida del pozo de potencial. Para ciertos valores de la energía las partículas quedarán temporalmente atrapadas en el pozo, oscilando hacia delante y hacia atrás muchas veces, antes de hacer efecto túnel para volver fuera del pozo. Estos *estados cuasi ligados* [Johnson 93] son conocidos como *resonancias electromagnéticas*.

En el caso de objetos con constante dieléctrica real y negativa pueden darse dos casos: uno ocurre cuando $k_0^2 > 0$ y el otro cuando $k_0^2 < 0$. El primero da lugar a estados de scattering, el potencial efectivo se comporta como una barrera que evita a la función de

onda introducirse en el material más allá de la *profundidad de penetración* (skin depth). La región en el interior del objeto está clásicamente prohibida. Esta situación cambia en el segundo caso, la región clásicamente permitida está dentro del objeto y la prohibida fuera. En este caso la función de onda no puede hacer efecto túnel fuera de ella, como ocurría en el caso con $N^2 > 1$, puesto que decae exponencialmente hasta cero, según se ilustra en la Fig. 1.1(b), por lo que estos estados son verdaderos *estados ligados*. No hay pérdidas radiativas. Sin embargo, las pérdidas inevitables en el interior del objeto, que ocurren en cualquier material real, hacen que estos modos decaigan. Una parte de la onda penetra en la región prohibida para formar una onda evanescente en la superficie de la esfera.

Los problemas electromagnéticos de scattering son similares a los problemas mecano-cuánticos: la energía electromagnética puede realizar efecto túnel a través de regiones clásicamente prohibidas, y quedar temporalmente atrapada en estados resonantes. En Mecánica Cuántica sólo ciertos niveles discretos de energía están permitidos en un potencial unidimensional. La razón matemática es que las condiciones de contorno sólo pueden ser satisfechas para estas energías discretas. El problema de los modos resonantes electromagnéticos es similar: las resonancias ocurren solamente para valores de la energía que satisfacen las condiciones de contorno, que son bastante similares a las de un problema de estados ligados. La condición que determina los niveles discretos de energía de un modo resonante se transforma en el requerimiento de que la función de onda exhiba un decaimiento exponencial en la región de la barrera (lo que es lo mismo que hablar de ondas evanescentes² cerca de la superficie del objeto en resonancia). Esto explica que los campos cerca de la superficie del objeto tengan una amplitud muy grande. Si la barrera se extiende hasta el infinito, la función de onda decae hasta cero, y el estado cuasi ligado se convierte en un estado ligado.

1.2.2 Desarrollo multipolar: ondas parciales

Para entender el origen analítico de las resonancias electromagnéticas, se va a resolver el problema de la difracción de una onda electromagnética harmónica por un objeto finito arbitrario. Para ello, haremos un desarrollo en multipolos del campo [Jackson 75].

Admitiendo que la dependencia temporal es de la forma $e^{-i\omega t}$, las ecuaciones de Maxwell en una región libre de fuentes en el vacío son:

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = ik_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega), \quad \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = -ik_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \quad (1.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = 0 \quad (1.13)$$

siendo $k_0 = \omega/c$. Si eliminamos \mathbf{E} entre las dos ecuaciones en que aparece el rotacional, obtenemos para \mathbf{H} :

$$\left. \begin{aligned} (\nabla^2 + k_0^2) \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) &= 0, & \nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

estando \mathbf{E} dado por: $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{i}{k_0} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)$

Si se hubiera eliminado \mathbf{H} tendríamos:

² Véase §B.1, apéndice B.

$$\left. \begin{aligned} (\nabla^2 + k_0^2)\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) &= 0, & \nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) &= 0 \\ \text{estando } \mathbf{H} \text{ dado por:} & & \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) &= -\frac{i}{k_0} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \end{aligned} \right\}. \quad (1.15)$$

Tanto (1.14) como (1.15) son formas equivalentes de expresar las ecuaciones de Maxwell dadas por (1.12) y (1.13). Es fácil ver que el escalar $\psi = \mathbf{r} \cdot \mathbf{A}$ (siendo $\mathbf{A} = \mathbf{H}$ o \mathbf{E}) satisface la ecuación de Helmholtz (1.3). De esta manera, podemos construir los campos electromagnéticos a partir de la solución de la ecuación de ondas escalar (1.1), como vamos a ver a continuación.

- Definimos un campo *multipolar magnético*, o *transversal eléctrico* (*TE*), de orden (l, m) mediante las condiciones:

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{H}_{lm}^{(TE)} = \frac{l(l+1)}{k_0} g_l(k_0 r) Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (1.16)$$

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_{lm}^{(TE)} = 0 \quad (1.17)$$

siendo $Y_{lm}(\theta, \phi)$ los armónicos esféricos [Jackson 75], y $g_l(k_0 r)$ una función radial a determinar.

Con esto, los campos multipolares magnéticos son:

$$\mathbf{E}_{lm}^{(TE)} = g_l(k_0 r) \mathbf{L} Y_{lm}(\theta, \phi), \quad \mathbf{H}_{lm}^{(TE)} = -\frac{i}{k_0} \nabla \times \mathbf{E}_{lm}^{(TE)}, \quad (1.18)$$

donde se ha usado el operador momento angular dado por:

$$\mathbf{L} = -i(\mathbf{r} \times \nabla) \quad (1.19)$$

que es \hbar^{-1} veces el correspondiente a la mecánica cuántica.

- De forma semejante, los campos de un *multipolo eléctrico*, o campo *transversal magnético* (*TM*), de orden (l, m) se especifican mediante las condiciones:

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_{lm}^{(TM)} = -\frac{l(l+1)}{k_0} f_l(k_0 r) Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (1.20)$$

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{H}_{lm}^{(TM)} = 0 \quad (1.21)$$

con lo que los campos multipolares eléctricos son:

$$\mathbf{H}_{lm}^{(TM)} = c f_l(k_0 r) \mathbf{L} Y_{lm}(\theta, \phi), \quad \mathbf{E}_{lm}^{(TM)} = \frac{i}{k_0} \nabla \times \mathbf{H}_{lm}^{(TM)} \quad (1.22)$$

La función $f_l(k_0 r)$ (al igual que la función $g_l(k_0 r)$ introducida anteriormente) se ha de determinar a partir de la ecuación diferencial radial resultante de la separación de variables implicada en el proceso de resolución multipolar. Las condiciones de contorno quedan fijadas en base al objeto difractor.

Introduciendo los armónicos esféricos vectoriales [Jackson 75]:

$$\mathbf{X}_{lm}(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \mathbf{L} Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (1.23)$$

con las propiedades de ortogonalidad:

$$\int d\Omega \mathbf{X}_{l'm'}^* \cdot \mathbf{X}_{lm} = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (1.24)$$

$$\int d\Omega \mathbf{X}_{l'm'}^* \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{X}_{lm}) = 0, \quad (1.25)$$

para todo l, l', m, m' (δ_{ij} es el símbolo de Kronecker (1, si $i = j$, y 0 si $i \neq j$)), y combinando los dos tipos de campos podemos escribir la solución general de las ecuaciones de Maxwell (1.12) y (1.13):

$$\mathbf{H} = \sum_{l=0}^{+\infty} \sum_{m=-l}^l \left[c a_{TM}(l, m) f_l(k_0 r) \mathbf{X}_{lm} - \frac{i}{k_0} a_{TE}(l, m) \nabla \times (g_l(k_0 r) \mathbf{X}_{lm}) \right], \quad (1.26)$$

$$\mathbf{E} = \sum_{l=0}^{+\infty} \sum_{m=-l}^l \left[\frac{ic}{k_0} a_{TM}(l, m) \nabla \times (f_l(k_0 r) \mathbf{X}_{lm}) + a_{TE}(l, m) g_l(k_0 r) \mathbf{X}_{lm} \right], \quad (1.27)$$

donde los coeficientes $a_{TM}(l, m)$ y $a_{TE}(l, m)$ representan las contribuciones de los campos multipolares (l, m) eléctrico y (l, m) magnético. Dichos coeficientes se determinan por las fuentes y condiciones de contorno. Para presentar esto explícitamente, notemos que los escalares $\mathbf{r} \cdot \mathbf{H}$ y $\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}$ son suficientes para determinar las incógnitas en (1.26) y (1.27) de acuerdo con:

$$a_{TE}(l, m) g_l(k_0 r) = \frac{k_0}{\sqrt{l(l+1)}} \int d\Omega Y_{lm}^* \mathbf{r} \cdot \mathbf{H}, \quad (1.28)$$

$$a_{TM}(l, m) f_l(k_0 r) = -\frac{k_0}{c \sqrt{l(l+1)}} \int d\Omega Y_{lm}^* \mathbf{r} \cdot \mathbf{E}. \quad (1.29)$$

La resolución multipolar del campo enseña que el análisis del scattering de ondas electromagnéticas por un objeto puede separarse en un estudio de ondas parciales. Los números l y m etiquetan la onda parcial. Los coeficientes $a_{TM}(l, m)$ y $a_{TE}(l, m)$ muestran en qué proporción contribuye cada onda parcial al problema de difracción. Su comportamiento va a fijar el campo tanto en el interior como en el exterior del objeto. Fijémonos que estos coeficientes van a depender —para cada frecuencia ω — de la geometría del objeto, de su tamaño y de las constantes ópticas del mismo.

1.2.3 Resonancias naturales y resonancias reales

El origen de las resonancias electromagnéticas está asociado al comportamiento de estos coeficientes. Para fijar ideas, situémonos en el caso de una esfera bajo un campo incidente plano armónico (véase apéndice A). Este caso posee una simetría tal que elimina la dependencia en m de los coeficientes. Las funciones $g_l(\rho)$ y $f_l(\rho)$ tienen la forma de funciones de Bessel esféricas $j_l(\rho)$, si estamos en el interior de la esfera (pues esta función es finita en el origen), o la forma de funciones de Hankel esféricas $h_l^{(1)}(\rho)$ si estamos en el exterior de la esfera (si consideráramos la dependencia temporal $e^{i\omega t}$, en vez de $e^{-i\omega t}$, tendríamos que usar las funciones de Hankel $h_n^{(2)}(\rho)$ [Bohren 83]). De igual manera, los coeficientes dependen de si nos encontramos en el interior o en el exterior, pero en ambos casos se mantienen proporcionales a las siguientes cantidades [Bohren 83, van de Hulst 81, Kerker 69]:

$$a_{TE}(l, m) \propto \frac{1}{h_l^{(1)}(x)[Nxj_l(Nx)]' - j_l(Nx)[xh_l^{(1)}(x)]'} , \quad (1.30)$$

$$a_{TM}(l, m) \propto \frac{1}{h_l^{(1)}(x)[Nxj_l(Nx)]' - N^2 j_l(Nx)[xh_l^{(1)}(x)]'} , \quad (1.31)$$

siendo $x = k_0 a = (\omega/c)a$, el *parámetro de tamaño* de la esfera, a el radio, y N el cociente de índices de refracción entre el interior y el exterior de la esfera. La prima indica derivación con respecto al argumento.

Los polos de estos coeficientes dan origen a las resonancias electromagnéticas. Dichas resonancias van asociadas a cada onda parcial l , que se encuentra degenerada m veces por ser una esfera (con $m = -l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l$). Una ligera modificación en la superficie esférica daría lugar a la ruptura de la degeneración [Ferrari 98, Dubreuil 96, Weiss 95, Knight 95, Collot 93], o cualquier otro factor externo que rompa la simetría esférica (por ejemplo, un campo magnético). Así mismo, cada coeficiente (l, m) puede tener más de un polo, por lo que para ordenarlos necesitamos recurrir al uso de un tercer número entero que se denota por n_r . Este tercer número indica el número de máximos en la dependencia radial de la onda parcial en el interior de la esfera. Se comprueba que para esferas [Chylek 85, Arias-González 00], hay n_r máximos en el modo TE , y n_r+1 máximos en el modo TM . En el caso de cilindros [Chylek 85, Arias-González 00, Arias-González 01b] el número de máximos en la dependencia radial en resonancia es n_r para las dos polarizaciones definidas (véase el apéndice A). El número l indica el número de máximos entre 0° y 180° en la distribución angular de energía de cada onda parcial. Se comprueba que existen $2l$ máximos entre 0° y 360° en esta distribución angular, tanto en el caso de esferas [Chylek 85, Arias-González 00], como en el de cilindros [Chylek 85, Arias-González 00, Arias-González 01b], para todas las polarizaciones.

Es por tanto que se puede establecer una analogía entre los niveles energéticos de un átomo de hidrógeno y las resonancias electromagnéticas de una esfera. Los números enteros aquí encontrados: n_r (radial o de orden), l (angular o de modo) y m (azimutal), asumirían el papel de *números cuánticos* del problema. Los hay de dos tipos: transversales eléctricos (TE), y transversales magnéticos (TM), debido a que el campo electromagnético es vectorial y posee dos polarizaciones.

Las ecuaciones transcendentales que hay que resolver para cada modo son:

$$\frac{[xh_l^{(1)}(x)]'}{h_l^{(1)}(x)} = \frac{[Nxj_l(Nx)]'}{j_l(Nx)}, \quad \text{modo TE}, \quad (1.32)$$

$$\frac{[xh_l^{(1)}(x)]'}{h_l^{(1)}(x)} = \frac{[Nxj_l(Nx)]'}{N^2 j_l(Nx)}, \quad \text{modo TM}. \quad (1.33)$$

Las soluciones a estas ecuaciones, que en general denotamos por $X_{n,lm}$, son lo que se denominan *resonancias naturales*. Estos números se comprueba que son complejos, lo que implicaría considerar frecuencias complejas (se les suele denominar *frecuencias naturales* de la esfera [Stratton 41], y a los modos asociados, *modos virtuales*). Al mismo tiempo, el campo electromagnético se haría infinito para estas soluciones, por lo que no tienen sentido físico.

Las resonancias electromagnéticas con sentido físico, cuyas posiciones espectrales denotamos por $x_{n,lm}$, guardan la siguiente relación con las resonancias naturales: se encuentran para posiciones $x_{n,lm}$ próximas a la parte real de $X_{n,lm}$, y la anchura del pico de resonancia (que ahora es de altura finita) está asociada a la parte imaginaria de $X_{n,lm}$.

Hay que hacer notar que las posiciones espectrales de las resonancias no dependen de si se examina el campo en el interior o exterior del objeto. Por lo que el comportamiento resonante se manifiesta en el campo cercano (interno y externo) y en el campo lejano (lo cual afecta también a las secciones eficaces) para los mismos parámetros $x_{n,lm}$. Además se comprueba que la posición espectral y anchura de las resonancias electromagnéticas no dependen de la forma de incidencia. De hecho, los coeficientes de la expansión tienen los mismos denominadores, por ejemplo, para onda evanescente [Chew 79, Liu 95], haz gaussiano [Lock 98, Kim 83], o campos emanados por un dipolo en el interior de una esfera [Chew 76]. Sin embargo, la forma de incidencia sí influye en la amplitud de la resonancia: del hecho de que en resonancia las ondas viajen confinadas cerca de la superficie, se puede extraer que la incidencia más propicia para realzar los picos, es aquella que llegue al objeto próxima al borde (por ejemplo, véase Ref. [Hill 95]). En concreto, estudiaremos más adelante (capítulo 4) el caso de onda evanescente, y veremos que el acoplamiento a la resonancia es más óptimo que con onda plana.

Como se apuntó anteriormente, los coeficientes dependen —para cada frecuencia ω — de la geometría del objeto, de su tamaño y de las constantes ópticas del mismo, por lo que el espectro de resonancias electromagnéticas se puede considerar como una huella o firma, característica y única, de un objeto iluminado.

1.3 Factor de calidad, tiempo de vida medio y forma del pico resonante

El factor de calidad q de una resonancia se define como [Yariv 89, Hill 88, Haus 84, Jackson 75]:

$$q = \frac{2\pi \text{ Energía almacenada}}{\text{Energía perdida por ciclo}}, \quad (1.34)$$

o también:

$$q = \frac{-\omega_0 W}{dW/dt}, \quad (1.35)$$

donde W es el promedio temporal de la energía almacenada, ω_0 es la frecuencia resonante en radianes, y la potencia perdida ($-\frac{dW}{dt}$) por periodo ($\frac{1}{f}$), es la energía perdida por ciclo. Integrando la energía almacenada como función del tiempo, tenemos:

$$W(t) = W_0 \exp\left(\frac{-\omega_0 t}{q}\right). \quad (1.36)$$

El tiempo de vida medio del fotón en el modo resonante es q/ω_0 . También q es el número de ciclos que se requieren para que la energía almacenada disminuya hasta $e^{-\pi}$ veces su valor original. La energía electromagnética se acopla a un modo de alto factor de calidad muy despacio y, recíprocamente, también escapa de la cavidad de forma relativamente lenta.

El valor q de un resonador se determina en realidad por pérdidas radiativas, y por ganancias o pérdidas atribuibles a la absorción o emisión de los materiales de la cavidad. Es conveniente definir un q relativo a las pérdidas radiativas o externas (es decir, la q de un resonador sin absorción o emisión) como q_{out} . El q relativo a la pérdida o ganancia interna lo llamaremos q_{in} , de manera que el factor de calidad total de la cavidad queda:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{q_{out}} + \frac{1}{q_{in}} \quad (1.37)$$

Salvo que se diga lo contrario, se usará q para referirse al factor de calidad externo. El campo eléctrico en el interior de la cavidad varía como:

$$E(t) = E_0 \exp\left[\left(i\omega_0 - \frac{\omega_0}{2q}\right)t\right]. \quad (1.38)$$

Cerca de la resonancia la distribución de energía en la cavidad, $|E(\omega)|^2$, es proporcional a:

$$\frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{\omega_0}{2q}\right)^2}. \quad (1.39)$$

La resonancia tiene la forma de una lorentziana. La anchura entre los dos puntos para los cuales la energía es la mitad de su valor máximo es $\Delta\omega = \omega_0/q$.

1.4 Modos de galería susurrante y plasmones superficiales

Los modos resonantes o también llamados modos propios electromagnéticos son muy importantes en varias áreas de investigación. Se realizan experimentos para ver la anchura de línea de los plasmones superficiales en partículas metálicas [Klar 98] y la evolución de sus campos cercanos, tanto en partículas aisladas como en agregados [Krenn 99], con el fin de entenderlos a nivel básico y buscar posibles aplicaciones de sus propiedades ópticas.

Las resonancias electromagnéticas se suelen denominar *resonancias de Mie*, o *resonancias morfológicas* (MDR: morphology-dependent resonances). Como se ha estudiado, dependen la forma de la partícula, su permitividad dieléctrica y del parámetro de tamaño

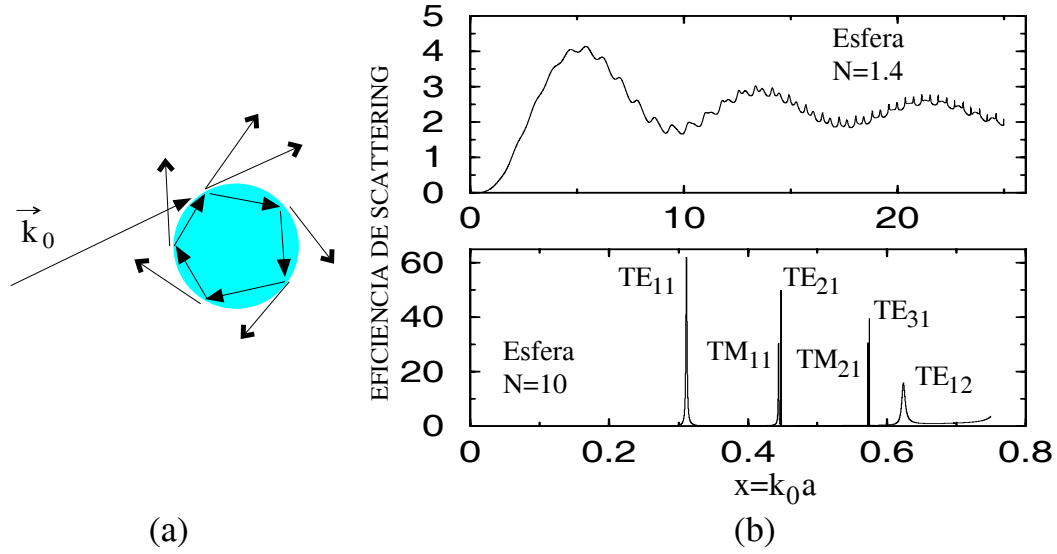


Fig. 1.2: (a): Imagen de una partícula en resonancia: el modo resonante penetra en el interior y viaja en ángulo de reflexión total interna, volviendo al punto de partida en fase. (b): Eficiencia de scattering (véase apéndice A) en función del parámetro de tamaño para dos esferas en vacío de índices de refracción $N = 1.4$ (superior) y $N = 10$ (inferior), mostrando los modos resonantes. La onda incidente es plana propagante. Los cálculos han sido realizados con las series de Mie y pueden encontrarse en las referencias [Hill 88], figura (b) superior, y [Barber 82], figura (b) inferior.

$x = 2\pi a/\lambda$. En partículas dieléctricas, son conocidas como *modos de galería susurrante* (WGM: whispering-gallery modes) [Barber 90, Barber 88, Hill 88, Benincasa 87, Barber 82, Owen 81b], debido a la similitud que guardan con los modos descritos por Rayleigh para la transmisión de ondas acústicas cerca de la cúpula de una catedral. Por otro lado, en partículas metálicas son *plasmones superficiales* (SPR: surface plasmon resonances), cuyo origen está relacionado con las oscilaciones del plasma de electrones [Raether 88]. Ambos tipos están asociados con ondas superficiales que decaen exponencialmente conforme nos alejamos externamente de la superficie de la partícula.

Las MDR en partículas dieléctricas se interpretan como ondas superficiales que circunnavegan la partícula (ver Fig. 1.2(a)), confinadas en el interior cerca de las condiciones de reflexión total interna, y que vuelven al punto de partida en fase [Inada 70a, Inada 70b, Nussenzveig 69a, Nussenzveig 69b, Khare 77, Nussenzveig 79, Murphy 80, Moser 81]. Los primeros estudios teóricos en MDR fueron realizados por Gustav Mie, en su conocida teoría de scattering para esferas. En la primera comprobación experimental a frecuencias ópticas [Ashkin 77], se midió la variación de la presión de radiación (debida a la existencia de modos de galería susurrante), en gotas de aceite de silicona con baja presión de vapor y alta transparencia (índice de refracción 1.4–1.53). Las gotas se hicieron levitar por técnicas ópticas y el haz incidente fue focalizado en el borde y también en el eje de la partícula para mostrar la naturaleza deslizadora de estas ondas superficiales.

Las resonancias debidas a plasmones son, según una explicación clásica, oscilaciones forzadas por el campo incidente en un gas de electrones de un metal. Es decir, las oscilaciones del plasma no son libres, sino que es la luz incidente la que se acopla al movimiento

mecánico de los electrones, obligándolos a oscilar con su frecuencia. Desde este punto de vista, sería más correcto denominar a estas resonancias *polaritones plasmónicos superficiales* (SPP: surface plasmon polaritons) [Kreibig 01].

Las resonancias morfológicas en partículas transparentes tienen un espectro muy amplio, de tal manera que se puede encontrar, bien resueltas y aisladas, un gran número de resonancias correspondientes a los diferentes multipolos (ver Fig. 1.2(b)) [Arias-González 01b, Arias-González 00, Wannemacher 99, Chylek 85, Barber 82, Owen 81b]. En las resonancias debidas a plasmones superficiales, las anchuras suelen ser mayores, de modo que un pico en la sección eficaz puede ser debido a la contribución de varios multipolos [Arias-González 02c, Quinten 99] que no sean resueltos gráficamente, pero que se distinguen tras el estudio de los coeficientes (§1.5.2) de la expansión en ondas parciales (§1.2.2). Es también notorio que en resonancias de plasmones sólo son importantes aquellas con $n_r = 1$. Esto es debido a que el campo en las partículas metálicas penetra muy poco en el interior, lo que hace que la función radial sea muy pequeña para distancias próximas al centro de la partícula, y los máximos en esta función radial a estas distancias son casi inexistentes (recordemos que el número n_r indica el número de máximos en la dependencia radial de la onda parcial en el interior de la partícula, §1.2.3). Es por eso que el máximo en la dirección radial, de una partícula metálica en resonancia de plasmón, se encuentra sobre la superficie.

En particular, para esferas se puede estudiar la ecuación trascendente (1.33) del modo TM para $x \sim 0$. El resultado es que los polos, en estas condiciones, se encuentran para [Bohren 83]:

$$N^2 = -\frac{l+1}{l}, \quad l = 1, 2, \dots \quad (1.40)$$

Cuanto mayor es el número de modo l , más localizado cerca de la superficie de la esfera se encuentra el campo. El menor de los modos ($l = 1$) es uniforme a lo largo de la esfera, y es por eso que a veces se le denomina *modo de polarización uniforme*. En este mismo límite de x pequeño, no hay solución para la ecuación trascendente (1.32) del modo TE .

1.5 Caracterización de las resonancias

En esta sección se van a introducir las propiedades de las resonancias y el comportamiento de los coeficientes. Para fijar ideas, vamos a presentar el caso de la esfera, aunque los conceptos expuestos se extienden a objetos de geometrías arbitrarias (véase, por ejemplo, el caso del cilindro en el apéndice A).

1.5.1 Propiedades

En la Fig. 1.2(b) se estudia el comportamiento de dos ejemplos de esfera dieléctrica, aislada y en vacío, con índices $N = 1.4$ y $N = 10$, bajo incidencia con onda plana propagante. Se ha dibujado la *eficiencia* de scattering en función del parámetro de tamaño de la esfera. La eficiencia, Q , (véase apéndice A) se define como la sección eficaz, C , dividida por la sección geométrica (que en el caso de una esfera es πa^2). La notación para las resonancias de una esfera que se suele usar es de la forma TM_{ln_r} para los modos transversales magnéticos, y TE_{ln_r} para los transversales eléctricos. En la parte superior de dicha figura, se aprecia una sucesión de picos muy finos superpuestos sobre unas oscilaciones o lóbulos de mayor anchura. Los picos más finos son modos de galería susurrante y, como se ha explicado, corresponden a

una única onda parcial (un único coeficiente de la expansión multipolar). El fondo oscilante de largo periodo corresponde a la actuación conjunta de varias ondas parciales, y se suele referir a él como estructura de interferencia [Bohren 83, van de Hulst 81]. La Fig. 1.2(b) inferior corresponde al caso de un material ópticamente más denso. La comparación de estos dos casos es un ejemplo del comportamiento general que ocurre cuando se aumenta el índice de refracción de una partícula (o mejor, el contraste de índices entre la partícula y el medio que la rodea) [Barber 90, Barber 82]:

- La densidad de WGM (número de picos por unidad de parámetro de tamaño) aumenta.
- La posición de los picos se desplaza hacia menores $x = k_0 a$.
- La altura de los picos crece (y el contraste con respecto al fondo oscilatorio, también).
- La anchura de los picos disminuye.

Las dos primeras proposiciones nos dicen que si queremos encontrar resonancias a bajo x , debemos usar partículas de alto índice de refracción. O lo que es lo mismo, si tenemos un material de bajo índice de refracción, debemos usar partículas grandes o longitudes de onda pequeñas para encontrar resonancias apreciables y próximas entre sí. Las dos últimas nos dicen que si queremos resonancias de gran amplitud y alto factor de calidad q , tenemos que usar partículas de alto índice y/o buscarlas en partículas grandes o a bajas longitudes de onda.

Si se incluye una pequeña parte imaginaria en el índice, de forma que el módulo al cuadrado de éste no varíe mucho (la partícula se hace absorbente), se comprueba que se produce una disminución en la amplitud de los picos y en el factor de calidad q .

Se comprueba [Barber 90, Barber 82], así mismo, que:

- La anchura de los picos disminuye conforme aumenta el número l para un n_r dado, mientras que el factor de calidad aumenta.
- La anchura de los picos aumenta conforme n_r crece para un l dado, mientras que el factor de calidad disminuye.

Las resonancias con anchuras relativamente pequeñas (las de primer orden, $n_r = 1$) se encuentran para l con valores entre x y Nx [Barber 90, Hill 88]. Esto se puede ver escribiendo $l = Nx$ de la siguiente manera:

$$l \frac{\lambda}{N} = 2\pi a \quad (1.41)$$

lo que corresponde a decir que caben l longitudes de onda dentro del objeto. Los modos con l superior para el mismo x son extremadamente absorbentes. Estos modos se corresponden con ondas similares a las que hay en esferas conductoras. La densidad de energía de tales modos no está confinada en el interior de la esfera, sino que se encuentra exclusivamente fuera.

1.5.2 Comportamiento de los coeficientes

El comportamiento de los coeficientes del desarrollo en ondas parciales determina de manera unívoca las resonancias. Estos coeficientes son números complejos y su amplitud y fase

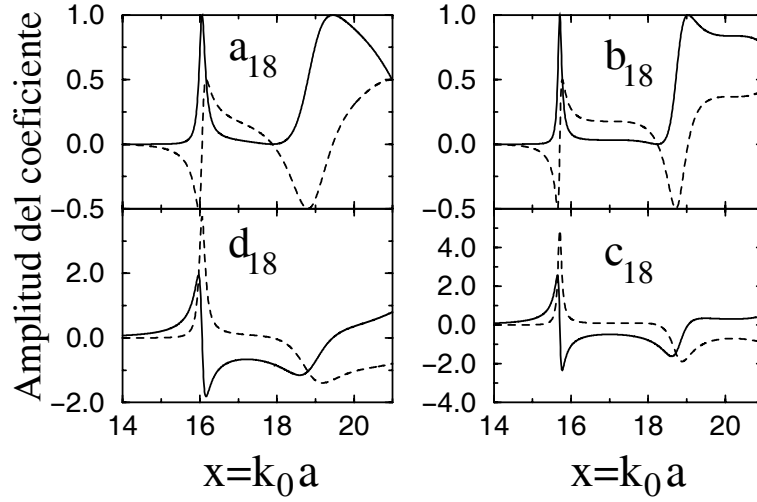


Fig. 1.3: Comportamiento de los coeficientes con $l = 18$ de la serie de Mie, según la definición de Bohren y Huffman [Bohren 83] (véase apéndice A), para una esfera en vacío de índice de refracción $N = 1.4$. La línea continua corresponde a la parte real, mientras que la línea discontinua corresponde a la parte imaginaria.

vendrán fijadas por la definición que se haga de ellos. En concreto, usando la definición de Bohren y Huffman [Bohren 83] (véase apéndice A), los coeficientes de la expansión externa a la esfera, o coeficientes de scattering a_l y b_l ($\propto a_{TM}$ y $\propto a_{TE}$, respectivamente, en el exterior de la esfera), son números de módulo unidad siempre que el índice de refracción sea real. En general, para N complejo, el módulo está acotado entre 0 y 1. No ocurre lo mismo para los de la expansión interna, d_l y c_l ($\propto a_{TM}$ y $\propto a_{TE}$, respectivamente, en el interior de la esfera), que tendrán una amplitud no acotada.

En general, los coeficientes de scattering cumplen [Barber 90, Hill 88]:

- La parte real está acotada entre 0 y 1.
- La parte imaginaria está acotada entre -0.5 y 0.5 .

Se comprueba, así mismo, que en el caso particular de resonancia, los coeficientes de scattering cumplen [Barber 90, Hill 88]:

- La parte real alcanza un máximo, que será 1 si el índice de refracción es real, y menor que 1 si N es complejo.
- La parte imaginaria tiene un cero. Además, se produce una variación rápida de dicha parte imaginaria entre -0.5 y 0.5 en las inmediaciones de la resonancia, si el índice de refracción es real, y entre dos valores de distinto signo pero menores en valor absoluto que 0.5, si N es complejo.

Los coeficientes de la expansión interna se hacen grandes en condiciones de resonancia (para el mismo x que los de scattering), pero no están acotados. Conforme las anchuras de línea decrecen, los coeficientes del campo interno crecen de tal manera que los productos de

las anchuras de línea por los cuadrados de los coeficientes internos, son aproximadamente constantes [Hill 88].

La figura 1.3 presenta la amplitud de los coeficientes externos e internos (según la definición de Bohren y Huffman), para los modos transversal magnético y transversal eléctrico con $l = 18$, en una esfera de índice de refracción $N = 1.4$ (véase su eficiencia de scattering en Fig. 1.2). Podemos ver como el modo TM (coeficientes a_l y d_l) tiene dos resonancias en el rango de $x = k_0 a$ mostrado: una para $x = 16.06$ (que correspondería a $n_r = 1$) y otra para $x = 19.45$ (para $n_r = 2$), mientras que el modo TE (coeficientes b_l y c_l) tiene otras dos resonancias, para $x = 15.71$ (para $n_r = 1$) y $x = 19.04$ ($n_r = 2$). Las resonancias así caracterizadas, se denotan $TM_{18,1}$ y $TM_{18,2}$, para las encontradas en los coeficientes a_{18} y d_{18} , y $TE_{18,1}$ y $TE_{18,2}$, para las encontradas en los coeficientes b_{18} y c_{18} . Obsérvese cómo las resonancias de $n_r = 2$ tienen mayor anchura, lo que en la práctica hace que queden perdidas en un fondo al que contribuyen otras resonancias que aparecen en otras ondas parciales para x próximo al de éstas. Esto hace que no den un pico nítido en la sección eficaz. Las resonancias con $n_r = 1$ son más estrechas y se pueden distinguir del resto. Es posible apreciar, además, en la parte real de los coeficientes cerca de la resonancia, que poseen forma de lorentziana, como se indicó en la sección 1.3.

1.6 El Arco Iris y la Gloria

El arco brillante, que se ve después de la lluvia o en una distribución de gotas de un espray, es el *Arco Iris primario*. Lo más llamativo es que posee una distribución de colores que varían en brillo, pero que siempre sigue la misma secuencia: violeta, el más cercano, para dar paso al azul, verde, amarillo, naranja y rojo, como el más externo. Más arriba en el cielo, se encuentra el *Arco Iris secundario*, en el cual aparecen los colores en orden inverso. Si se observa con cuidado, se puede notar que la región de entremedias es un poco más oscura que el resto del cielo. Incluso cuando el segundo arco no es visible, se puede ver que la zona superior del arco primario es más oscura que la inferior. La zona más oscura tiene el nombre de *banda de Alexander*, debido a que fue este filósofo griego el primero en describir el Arco Iris.

Estos sutiles fenómenos han necesitado para su explicación de muchos recursos de la física matemática [Bohren 83, van de Hulst 81]. Theodoric de Freiberg y René Descartes explicaron que el Arco Iris es un fenómeno que ocurre en cada una de las gotas de agua individualmente. La trayectoria de los rayos a través de la gota (supuesta esférica) puede ser determinada, preliminarmente, aplicando las leyes de la óptica geométrica (véase Fig. 1.4(a)). Cada vez que el haz llega a la superficie, parte de la luz se refleja y parte se refracta. Los rayos reflejados directamente desde la superficie son los rayos de clase 1. Los transmitidos directamente a través de la gota se designan como clase 2. La clase 3 corresponde a rayos que emergen de la partícula tras haber sufrido una reflexión interna. Esto da lugar al arco primario. El arco secundario se forma con los rayos de clase 4, que son aquellos que escapan de la gota tras haber sufrido dos reflexiones internas. Parte de la energía se pierde en cada reflexión, lo cual explica que el segundo arco sea más débil que el primero. Para cada clase de rayos, solamente un factor determina el valor del ángulo de scattering. Este factor es el parámetro de impacto: el desplazamiento del rayo incidente desde un eje que pasa a través del centro de la gota. Se puede comprobar que no hay rayos de clase 3 ni 4 que sean dispersados en la región angular que hay entre 130° y 138° , lo que explica la aparición de la banda de Alexander. También se comprueba que la luz que llega del Arco Iris está casi totalmente polarizada, a diferencia de la incidente (la del sol), que

está completamente despolarizada. Esto es debido a la coincidencia de que los ángulos de incidencia interna están cerca del ángulo de Brewster, dando lugar a una preponderancia de rayos con polarización perpendicular en el Arco Iris, puesto que los de polarización paralela escapan transmitidos como rayos de clase 2. La aparición de *arcos supernumerarios* en las zonas más clara y más oscura antes reseñadas, tiene su origen en la interferencia entre los rayos de clase 3 que llegan a la gota con diferentes parámetros de impacto pero que emergen de la gota en la misma dirección. La descomposición de la luz del sol en colores en las gotas es debida a la dispersión cromática (el índice de refracción del agua depende en realidad de la frecuencia de la luz), lo que hace que cada color tenga un ángulo de scattering diferente. Las teorías del Arco Iris tratan cada componente monocromática por separado.

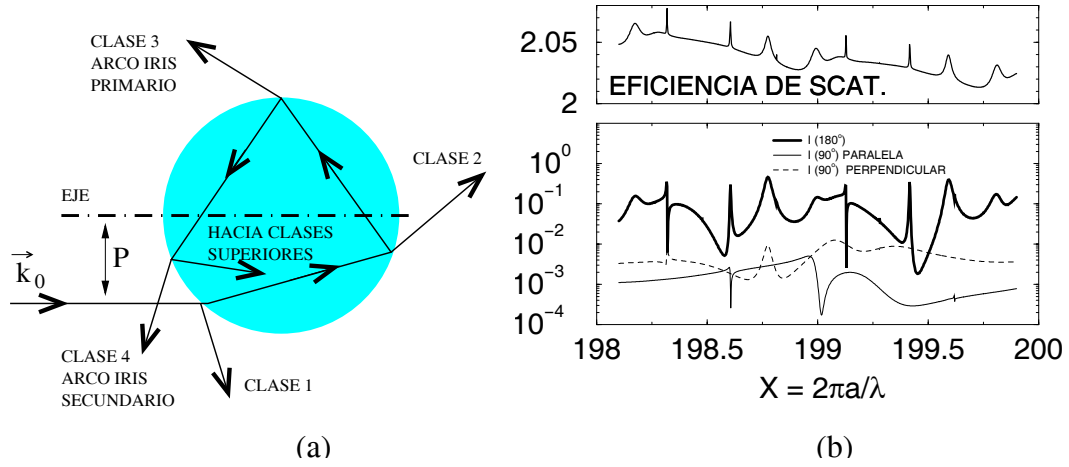


Fig. 1.4: (a) Trayectoria de la luz en una gota de agua (De Ref. [van de Hulst 81]). (b) Gráficos de la eficiencia de scattering (superior), y de la intensidad dispersada (inferior) a 180° (retro-reflejados), a 90° para polarización paralela, y a 90° para polarización perpendicular (véase leyenda), para una esfera de índice de refracción 1.333. P es el parámetro de impacto. (De Ref. [Bryant 66], usando aquí otro rango de tamaños)

Una explicación completa y cuantitativamente más precisa del fenómeno del Arco Iris ha sido dada recientemente [Nussenzveig 79, Khare 74]. Hoy, después de enunciarse las ecuaciones de Maxwell, disponemos de la teoría de Mie que resuelve el problema de manera exacta, aunque no arroja luz a la física que contiene. Para que la serie de Mie converja, se necesita sumar un número de términos del orden de $x = k_0 a$ (parámetro de tamaño de la esfera), según se explica en el apéndice A, expresión (A.23). Para partículas grandes (mayores que la micra), esto implica la suma de miles de términos, lo que hace poco intuitivo el origen de los fenómenos. En el caso de la explicación del color azul del cielo (Rayleigh), el scattering se produce por moléculas, que son mucho menores que la longitud de onda, y sólo hace falta un término del desarrollo en serie de Mie para explicarlo. Es por eso que para ver la física del problema del Arco Iris, se requieren técnicas de conversión de dichas series en series que converjan más rápidamente y sean estables. Esto se ha logrado con la *transformación de Watson* (H. Poincaré y G. N. Watson), también denominada método del *momento angular complejo* (complex-angular-momentum theory). La serie transformada implica el uso de momento angular complejo y continuo para las ondas parciales (hemos visto que el número angular l estaba cuantizado, §1.2.2 y §1.2.3, pero en esta técnica se extienden sus valores a un continuo sobre el plano complejo). La aparición de polos en las

expansiones se asocia de nuevo con ondas superficiales (evanescentes) que se generan por ondas que inciden sobre la superficie tangencialmente y que se amortiguan en su viaje debido a que lanzan energía fuera, también tangencialmente. Esta técnica, simplemente, da una explicación rigurosa de los caminos posibles de los fotones en la región del Arco Iris, y por lo tanto, proporciona resultados más exactos. Pero no invalida las explicaciones anteriores.

La teoría del momento angular complejo da la explicación a otro fenómeno asociado al scattering de luz por gotas de agua: la Gloria (the Glory) [Bohren 83, van de Hulst 81, Marston 82, Nussenzveig 79, Khare 77, Fahlen 68, Bryant 66]. Es uno de los fenómenos más espectaculares de la naturaleza. La Gloria aparece como un halo de colores espectrales rodeando la sombra que un observador proyecta en nubes o niebla. Se puede observar, por ejemplo, desde un avión volando por encima de las nubes: aparecen una serie de anillos de colores alrededor de la sombra del avión. La razón de esto es que existe un aumento de la intensidad de scattering cerca de la dirección de *backscattering* (o retrorreflexión), y que ocurre para esferas grandes (parámetros de tamaño del orden de cien o mayores, o lo que es lo mismo, esferas de varias micras o mayores, para longitudes de onda en el visible). Desde un punto de vista de óptica geométrica, solamente los rayos que se reflejan sobre la superficie de la esfera y describen una trayectoria simétrica respecto al eje (ver Fig. 1.4), y los que penetran y sufren una reflexión interna antes de escapar (y cuya trayectoria completa es también simétrica respecto al eje) contribuyen al fenómeno de backscattering en objetos. Sin embargo, esto no es así más allá de la óptica geométrica [Fahlen 68, Bryant 66]. Las reflexiones internas de rayos de clases superiores a la 3 y la 4 son de poca importancia para el arco primario, pero para ángulos de scattering grandes su contribución va en aumento, y cerca de la dirección del backscattering su contribución es dominante. Solamente los rayos que llegan a la esfera tangencialmente son dispersados significativamente. Según el *principio de localización* [van de Hulst 81], los parámetros de impacto asociados a los rayos vienen dados por:

$$P_l = [l + (1/2)]/k_0 , \quad (1.42)$$

por lo que para $l + 1/2 = x$, se obtienen los rayos que llegan tangencialmente. Esto nos hace ver, de nuevo, que se necesita sumar un número de ondas parciales del orden de $x = k_0 a$, para tenerlos en cuenta en la explicación completa del fenómeno de backscattering en objetos. En la Fig. 1.4(b) se ha dibujado la eficiencia de scattering de una esfera de agua (índice de refracción $N = 1.333$), figura superior, y la intensidad radiada a varios ángulos de scattering, figura inferior. La distribución angular de intensidad de scattering por un objeto de x fijo se caracteriza por tener un pico máximo en la dirección hacia delante (a 0°), y una serie de picos secundarios, muy inferiores en tamaño, en el resto de ángulos de scattering, hasta llegar a la zona de retrorreflexión (a 180°), que a veces aporta un pico bastante pronunciado pero siempre inferior al de la dirección hacia delante (véase, por ejemplo, [Barber 90]). En la Fig. 1.4(b) inferior se puede ver que los picos de intensidad (variando x y mirando a varios ángulos de scattering), que también aparecen en la sección eficaz (Fig. 1.4(b) superior), se magnifican en la dirección de retrorreflexión por efecto de la Gloria.

Como vemos, los fenómenos de Arco Iris y Gloria gozan de una raíz común, a través de la teoría del momento angular complejo, aunque parezcan tener distinto origen. Se podría decir que la Gloria se forma en parte por la sombra de un Arco Iris. La Gloria es más difícil de poder explicar en términos de rayos. No hay que olvidar que su aparición no se restringe al campo de las ondas electromagnéticas: se dan, de igual manera, en el scattering atómico, molecular y nuclear, y el tratamiento del momento angular complejo se puede extender a estas ondas materiales.

Arco Iris, Gloria y resonancias electromagnéticas

Los fenómenos de Arco Iris y Gloria están asociados con el scattering de luz por objetos, y también es necesario usar el concepto de ondas superficiales para explicarlos. Sin embargo, no son fenómenos resonantes en los términos que se han explicado anteriormente: no son debidos al efecto de una sola onda parcial. Como hemos visto, hay contribuciones de rayos axiales (efectos geométricos), y de rayos que realizan cientos de circunvoluciones antes de salir, habiendo incidido sobre el borde del objeto (efectos de superficie). Se necesita, pues, una superposición de ondas parciales para producir estos efectos. También es importante ver que estos fenómenos ocurren cuando los objetos son suficientemente grandes (como se ha dicho anteriormente, parámetros de tamaño iguales o superiores a varios cientos), y por tanto no se encuentran en objetos de tamaños del orden de la longitud de onda o inferiores. Siempre que hay efectos de Gloria, existe una resonancia (en una partícula suficientemente grande), pero el enunciado inverso no es cierto.

Parte I

DETECCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE OBJETOS OCULTOS

*Yo he visto las estrellas.
 ¿Qué son las estrellas? -dicen
 las hormigas inquietas.
 Y el caracol pregunta
 pensativo: ¿Estrellas?
 Sí, repite la hormiga,
 he visto las estrellas.
 Subí al árbol más alto
 que tiene la alameda
 y vi miles ojos
 dentro de mis tinieblas.
 El caracol pregunta:
 ¿Pero qué son las estrellas?
 Son luces que llevamos
 sobre nuestras cabezas.
 Nosotros no las vemos.
 Las hormigas comentan.
 Y el caracol: mi vista
 sólo alcanza a las hierbas.*

– Federico García Lorca

CAPÍTULO 2

RESONANCIAS DE UN OBJETO OCULTO BAJO UNA SUPERFICIE

Estudiamos el efecto de los modos de galería susurrante de un objeto enterrado bajo una interfaz plana o rugosa aleatoria en la intensidad reflejada. Se presentan cálculos numéricos exactos en dos dimensiones del scattering electromagnético para explicar la relación entre el parámetro de tamaño del objeto y la consecuente intensidad dispersada por el sistema objeto–interfaz. Se han investigado diferentes casos para esclarecer la dependencia de los resultados con el perfil de la interfaz y su permitividad dieléctrica, así como con la anchura del haz incidente.

2.1 Introducción

La detección de objetos ocultos es un asunto importante para la biología [Wang 91, Gayen 96] y la geofísica [Tsang 85, Tsang 96, O'Neill 96]. Nuestro propósito en este capítulo es discutir la influencia que las resonancias morfológicas pueden ejercer en la señal reflejada por una superficie con un objeto enterrado.

Es bien sabido que la luz y otras ondas electromagnéticas dispersadas por esferas y cilindros presentan picos pronunciados, conocidos como resonancias de Mie, en la eficiencia de scattering. Los estudios experimentales realizados en años recientes [Schlicht 87, Arnold 91, Arnold 92] han conducido a la comprensión de los cambios que estas resonancias sufren por la presencia de interfaces planas como las de fibras de vidrio o substratos. Solamente se conoce un trabajo teórico, [Johnson 94], que haya estudiado la modificación de estas resonancias por la presencia de un plano conductor perfecto. En aquella investigación se usó el método de las imágenes para obtener una solución rigurosa. Sin embargo, cuando la superficie cercana a la esfera o cilindro no es conductora, se necesitan otros procedimientos más generales. Se encuentran complicaciones adicionales cuando la interfaz es rugosa. Este es el problema que vamos a tratar aquí. Aplicaremos las ecuaciones integrales expuestas en

el apéndice B para resolver el problema en dos dimensiones de un cilindro enterrado bajo una interfaz. Aparte de los efectos de polarización cruzada, esta configuración contiene toda la física existente en situaciones tridimensionales ($3D$) con esferas u otros objetos de forma arbitraria [Madrazo 95]. Los cálculos bidimensionales ($2D$) nos permitirán entender cómo la presencia de la interfase afecta la respuesta resonante del cuerpo oculto en lo concerniente al proceso de detección, es decir, en conexión con medidas tales como las de la eficiencia de scattering y la intensidad retrorreflejada¹. Mostraremos entonces que la presencia de una superficie plana o rugosa modifica la posición del pico resonante en el espectro de resonancias del objeto. Además, mostraremos cómo la presencia de la resonancia amplifica notablemente la señal reflejada y aumenta el pico de retrorreflexión coherente cuando la superficie es aleatoria y altamente corrugada. Estudiaremos también la influencia de la anchura del haz que ilumina la superficie, mostrando cómo, en acuerdo con estudios previos, [Baer 87, Zhang 88, Maheu 89, Barton 89, Khaled 92, Khaled 94, Lock 95, Gouesbet 90, Lock 98], el estrechamiento del haz provoca un aumento de la eficiencia de scattering y, por lo tanto, del pico de retrorreflexión amplificada².

Este capítulo está organizado de la siguiente manera: en la sección 2.2 se formula el problema. En la sección 2.3.1 estudiamos la perturbación que se produce en la eficiencia de scattering y en el parámetro de tamaño, $x = 2\pi a/\lambda$, cuando el cilindro se sitúa en un medio dieléctrico bajo una superficie plana o rugosa que lo separa del vacío. En la sección 2.3.2 explicamos la influencia de la aparición de resonancias de Mie en la distribución angular de intensidad dispersada y mostramos cómo amplifican el pico de retrorreflexión existente cuando la superficie es aleatoria y suficientemente rugosa para producirlo. Finalmente, §2.3.3, estudiamos la influencia de la anchura del haz sobre los picos de resonancia y de retrorreflexión amplificada, probando que la focalización los aumenta.

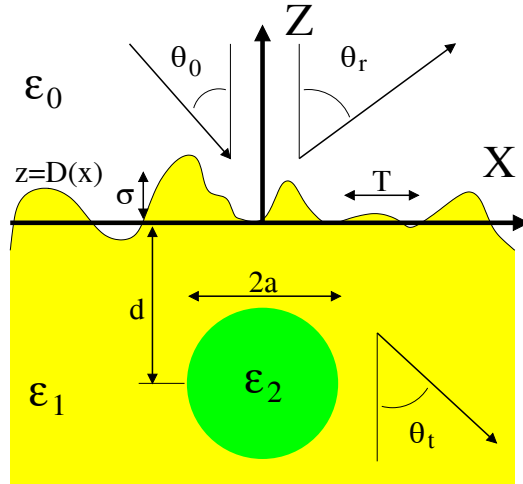


Fig. 2.1: Geometría de scattering.

¹ La retrorreflexión es el fenómeno que en inglés se denomina *backscattering*.

² Retrorreflexión amplificada (o reforzada) es lo que se llama *enhanced backscattering* en inglés.

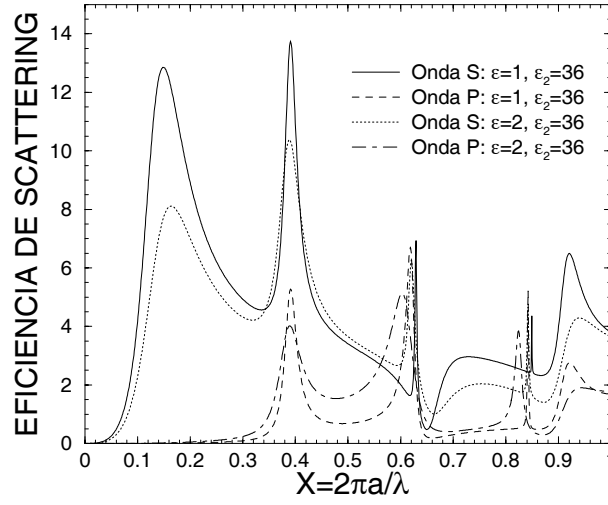


Fig. 2.2: Eficiencia de scattering frente al parámetro de tamaño $x = 2\pi a/\lambda$ de un cilindro aislado de permitividad $\epsilon_2 = 36$, bien en vacío ($\epsilon = 1$), o en un dieléctrico de permitividad $\epsilon = 2$. Onda plana incidente. λ es la longitud de onda en el vacío.

2.2 Formulación

En la figura 2.1 se presenta la configuración 2D objeto de estudio: un cilindro de radio a y permitividad ϵ_2 , con el eje a lo largo de OY , está inmerso en un dieléctrico de permitividad ϵ_1 , con su centro a distancia d del plano medio $z = 0$ de una superficie rugosa de perfil aleatorio $z = D(x)$, constante en la dirección Y , y que separa este dieléctrico en $z < D(x)$ del vacío. Haremos una comparación también de los resultados con el caso de una interfaz plana y con los obtenidos con el cilindro aislado tanto en vacío como en un dieléctrico de permitividad ϵ_1 . Sea el plano de incidencia el OXZ ; en este caso no hay despolarización en el scattering de ondas S (campo eléctrico a lo largo de eje OY) y ondas P (campo magnético a lo largo del eje OY). Mientras no se diga lo contrario, consideraremos la incidencia con un haz gaussiano bajo ángulo de incidencia θ_0 con respecto al eje OZ . Los vectores eléctrico y magnético (véase apéndice C), $\mathbf{E}^{(inc)}(\mathbf{r}, t)$ y $\mathbf{H}^{(inc)}(\mathbf{r}, t)$, son, respectivamente:

$$\mathbf{E}^{(inc)}(\mathbf{r}, t) = (0, \Phi_S^{(inc)}(\mathbf{r}), 0) \exp(-i\omega t), \quad (2.1)$$

$$\mathbf{H}^{(inc)}(\mathbf{r}, t) = (0, \Phi_P^{(inc)}(\mathbf{r}), 0) \exp(-i\omega t), \quad (2.2)$$

donde

$$\begin{aligned} \Phi_\alpha^{(inc)}(\mathbf{r}) = & \exp[i\sqrt{\epsilon_0}k_0(x \sin \theta_0 - z \cos \theta_0)g(x, z)] \times \\ & \exp[-(x \cos \theta_0 + z \sin \theta_0)^2/W^2], \end{aligned} \quad (2.3)$$

$k_0 = 2\pi/\lambda$, λ es la longitud de onda en el vacío; α sustituye a los subíndices S y P que denotan la polarización; y

$$g(x, z) = 1 + \frac{1}{\epsilon_0 k_0^2 W^2} \left[\frac{2}{W^2} (x \cos \theta_0 + z \sin \theta_0)^2 + 1 \right], \quad (2.4)$$

con W la anchura a mitad de altura (HWHM: half width at half maximum).

Las expresiones para los campos dispersados en cada medio se obtienen mediante ecuaciones integrales, según se explica en el apéndice B (§B.3), y en el apéndice C. Nótese, sin embargo, que esta configuración está invertida con respecto a la presentada en dichos apéndices. Estudiaremos la distribución angular de intensidad en campo lejano. Además, estudiaremos la intensidad en función del parámetro de tamaño del cilindro $x = 2\pi a/\lambda$ para ángulos fijos de scattering:

$$I\left(x = \frac{2\pi a}{\lambda}, \theta_s, \theta_0\right) = |A(x, \theta_s, \theta_0)|^2, \quad (2.5)$$

donde A es la amplitud de scattering y θ_s el ángulo de scattering.

Definimos, en términos de x , la eficiencia de scattering, o sección eficaz normalizada de scattering, de un cilindro aislado [Barber 82, Barber 90]:

$$Q_{sca} = \frac{1}{\pi x} \int_0^{2\pi} d\theta_s |A(x, \theta_s)|^2 = \frac{\sigma(x)}{2a}. \quad (2.6)$$

Todas las intensidades están normalizadas a la potencia incidente.

2.3 Resultados numéricos

Para realizar los cálculos, simularemos muestras de superficies planas y rugosas aleatorias de longitud $L = 50\lambda$. Cada muestra se discretiza con 500 puntos tomados de una secuencia de números aleatorios con estadística gaussiana, media cero y función de correlación gaussiana: $c(\tau) = \langle D(x)D(x+\tau) \rangle / \sigma^2 = \exp(-\tau^2/T^2)$, siendo σ la desviación cuadrática media de alturas de la superficie y T la longitud de correlación. Los promedios están tomados sobre $N = 800$ realizaciones. La superficie del cilindro se discretiza con 400 puntos. La unitariedad ($R + T = 1$), o conservación de la energía, se alcanza con precisión del 99%.

2.3.1 Perturbación del pico medio resonante por la presencia de una interfaz

Como referencia a los resultados que se van a discutir, la Fig. 2.2 muestra la variación de la eficiencia de scattering Q_{sca} frente a x , exhibiendo los picos de resonancia de Mie de un cilindro con permitividad $\epsilon_2 = 36$ aislado en vacío o en un dieléctrico de permitividad $\epsilon = 2$. El campo incidente es una onda plana propagante perpendicular al eje del cilindro. Los valores de Q_{sca} han sido obtenidos previamente en la Ref. [Barber 82] por medio de las series de Mie (véase apéndice A). La figura 2.2 muestra también la caída drástica de los dos primeros picos resonantes conforme disminuye el contraste ϵ_2/ϵ .

En la Fig. 2.3 se representa la variación de la intensidad reflejada a la zona lejana, respecto x , para dos ángulos de reflexión diferentes, θ_r , con x cerca del segundo pico de resonancia

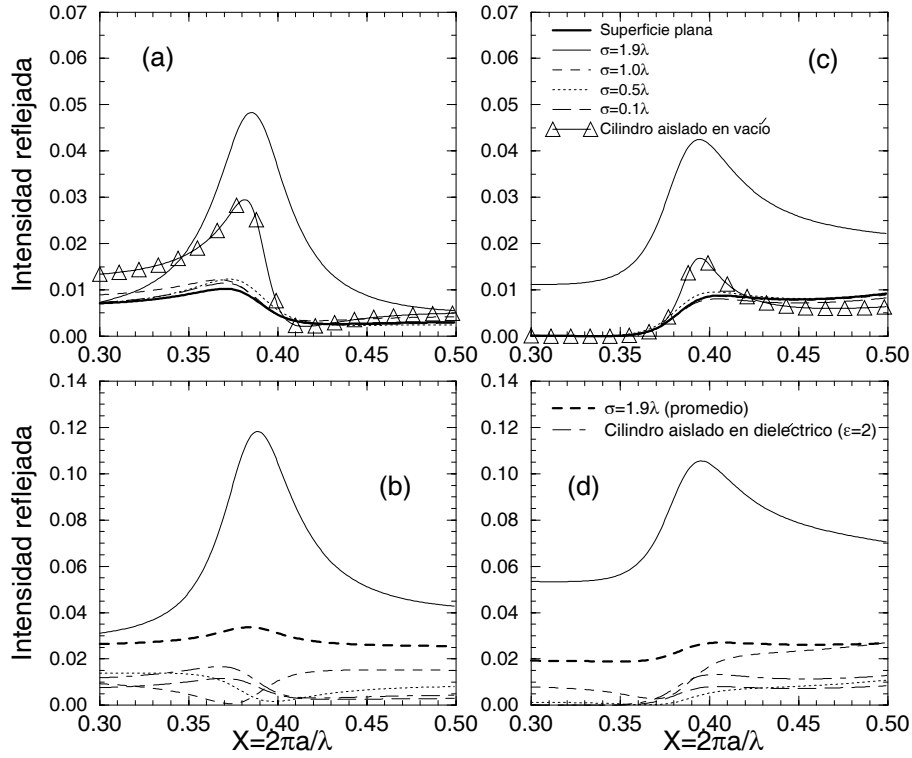


Fig. 2.3: Variación de la resonancia con x contenido en el intervalo $[0.3, 0.5]$ para las ondas reflejadas con ángulo θ_r por un cilindro enterrado bajo una única realización de una interfaz plana o rugosa con $T = 3.16\lambda$. $d = 5\lambda$ excepto para la superficie plana, para la cual $d = \lambda$. Permittividades: $\epsilon_0 = 1$, $\epsilon_1 = 2$, $\epsilon_2 = 36$. Incidencia con haz gaussiano de HWHM $W = 5\lambda$ y ángulo de incidencia $\theta_0 = 0^\circ$. (a) $\theta_r = 30^\circ$ (onda S). (b) $\theta_r = -30^\circ$ (onda S). (c) $\theta_r = 30^\circ$ (onda P). (d) $\theta_r = -30^\circ$ (onda P). El promedio para $\sigma = 1.9\lambda$ y $\theta_r = -30^\circ$ se ha hecho sobre diez realizaciones de la superficie.

de la Fig. 2.2, esto es, en el intervalo $[0.3, 0.5]$. Se consideran los casos del cilindro aislado bajo un plano y una superficie rugosa con $T = 3.16\lambda$. La distancia d a $z = 0$ es $d = \lambda$ en el caso del plano y $d = 5\lambda$ en el caso de la superficie rugosa. La HWHM del haz incidente es $W = 5\lambda$. Las figuras 2.3(a) y 2.3(c) muestran los resultados para $\theta_0 = 0^\circ$, $\theta_r = 30^\circ$, y las Figs. 2.3(b) y 2.3(d) los casos de $\theta_0 = 0^\circ$, $\theta_r = -30^\circ$, para ondas S y P , respectivamente. Se considera una sola realización de la superficie rugosa en estas figuras, aunque en las Figs. 2.3(b) y 2.3(d) se ha dibujado también el resultado obtenido tras promediar sobre diez realizaciones de la superficie. Estas curvas prueban que el pico de resonancia de Mie del cilindro aislado se mantiene en presencia de la interfaz aunque está corrido ligeramente. Hay que enfatizar que existe una correlación fuerte entre Q_{sca} y los valores particulares de la intensidad angular a un θ_r fijo. También, la presencia de gran rugosidad puede incrementar notablemente esta resonancia para ciertas realizaciones de la superficie, aunque, según se muestra en las Figs. 2.3(b) y 2.3(d), el promedio de la intensidad reflejada sobre varias realizaciones suaviza considerablemente este realce. Estos resultados, como es de esperar, satisfacen reciprocidad.

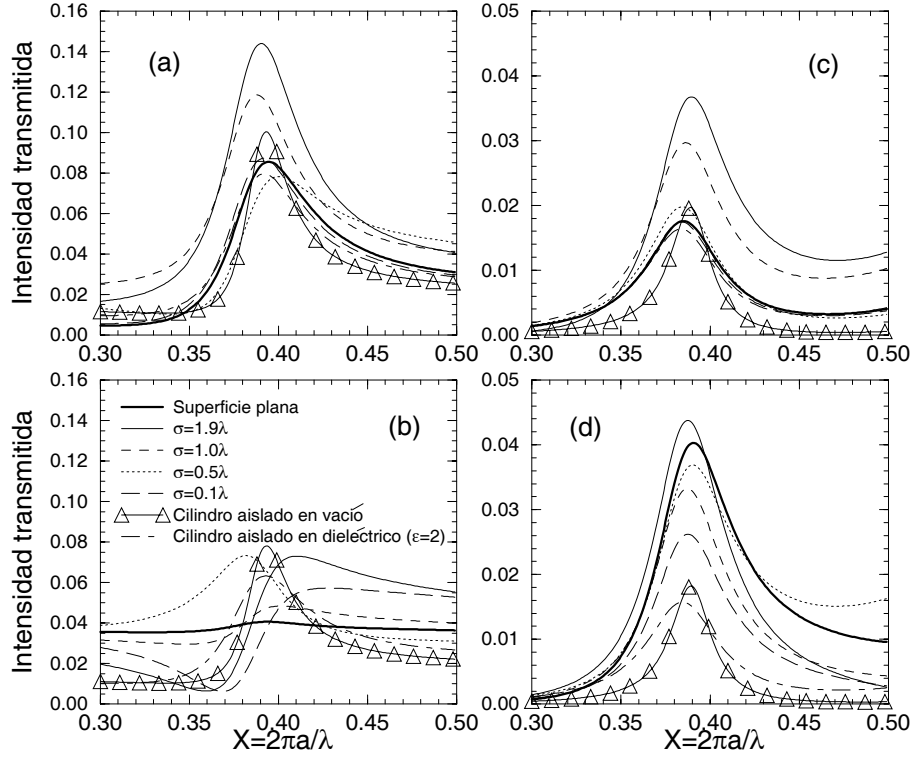


Fig. 2.4: Variación de la resonancia con x contenido en el intervalo $[0.3, 0.5]$ para las ondas transmitidas con ángulo θ_t por un cilindro enterrado bajo una única realización de una interfaz plana o rugosa con $T = 3.16\lambda$. $d = 5\lambda$ excepto para la superficie plana, para la cual $d = \lambda$. Permitividades: $\epsilon_0 = 1$, $\epsilon_1 = 2$, $\epsilon_2 = 36$. Incidencia con haz gaussiano de HWHM $W = 5\lambda$ y ángulo de incidencia $\theta_0 = 0^\circ$. (a) $\theta_t = 30^\circ$ (onda S). (b) $\theta_t = 45^\circ$ (onda S). (c) $\theta_t = 30^\circ$ (onda P). (d) $\theta_t = 45^\circ$ (onda P).

Encontramos un comportamiento similar en transmisión; la Fig. 2.4 muestra la intensidad transmitida para x contenido en el intervalo $[0.3, 0.5]$ para ondas S y P . El ángulo de incidencia es $\theta_0 = 0^\circ$ y los ángulos de transmisión considerados son $\theta_t = 30^\circ$ y 45° . Podemos afirmar que el pico de resonancia de Mie permanece para las ondas reflejadas y transmitidas en presencia de una interfaz de forma arbitraria, incluso aunque esta interfaz lo desplaza ligeramente.

2.3.2 Influencia de las resonancias de Mie en la distribución angular de intensidad reflejada: amplificación en retrorreflexión

A continuación estudiamos la distribución angular de intensidades reflejadas por la superficie rugosa con $T = 3.16\lambda$ y $\sigma = 1.9\lambda$ cuando el cilindro está enterrado a $d = 5\lambda$. Los promedios se hacen sobre 800 realizaciones de la superficie rugosa. Queremos analizar el efecto que produce el pico de la resonancia de Mie del cilindro en esta distribución angular. Este sistema ha sido estudiado previamente en la Ref. [Madrado 97d], donde se muestra que aun cuando la superficie dieléctrica no produce amplificación de la retrorreflexión —enhanced

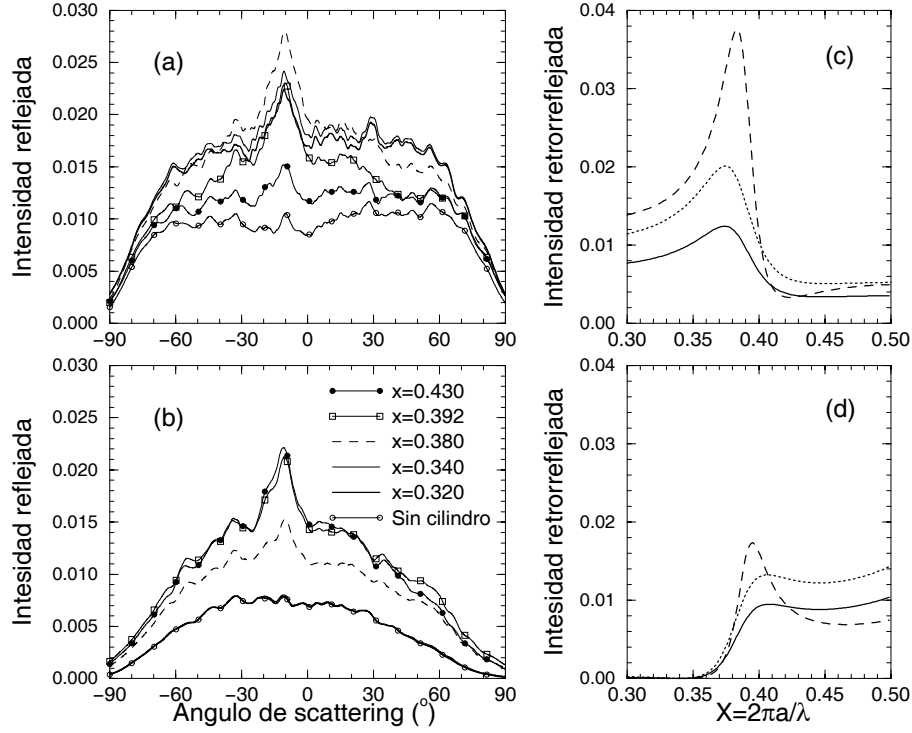


Fig. 2.5: Intensidad reflejada promediada sobre $N = 800$ realizaciones cuando el parámetro de tamaño se encuentra cerca de la resonancia con x en $[0.3, 0.5]$. $W = 5\lambda$, $\epsilon_2 = 36$. Figuras de la izquierda: distribución angular, $\theta_0 = 10^\circ$, $d = 5\lambda$, $T = 3.16\lambda$, $\sigma = 1.9\lambda$, $\epsilon_0 = 1$, $\epsilon_1 = 2$; (a) onda S , (b) onda P . Figuras de la derecha: intensidad retrorreflejada frente al parámetro de tamaño, $\theta_0 = -\theta_r = 10^\circ$, $d = \lambda$. Línea continua, cilindro enterrado bajo un plano, $\epsilon_0 = 1$, $\epsilon_1 = 2$; línea discontinua, cilindro aislado en vacío ($\epsilon_0 = \epsilon_1 = 1$); línea punteada, cilindro aislado en un dieléctrico ($\epsilon_0 = \epsilon_1 = 2$). (c) Onda S , (d) onda P .

backscattering— (esto ocurre cuando la superficie es poco reflectante [Sánchez-Gil 91]), la presencia de un objeto bajo la superficie da lugar a un notable pico de retrorreflexión. Ahora nos vamos a concentrar en tamaños x del cilindro en el intervalo $[0.3, 0.5]$, en el cual hay una resonancia de Mie, como se puede ver en las figuras previas. Las Figs. 2.5(a) y 2.5(b) muestran esta distribución angular de la intensidad reflejada promedio para varios valores de x exhibiendo una amplificación del pico de retrorreflexión, y las Figs. 2.5(c) y 2.5(d) muestran la variación con x de la intensidad en la retrorreflexión del cilindro tanto en vacío como bajo una superficie plana. En las Figs. 2.5(c) y 2.5(d) el pico de resonancia de Mie en la dirección de retrorreflexión se encuentra claramente en la misma posición en x que en la Fig. 2.2 para la eficiencia de scattering Q_{sca} . Además, hay una clara correspondencia entre los valores del parámetro de tamaño x para los cuales tanto la reflectividad del sistema, mostrada en las Figs. 2.5(a) y 2.5(b), como la amplificación de la retrorreflexión son máximos, y los valores x del cilindro, tanto aislado como bajo la superficie plana, para los cuales hay un pico en la intensidad retrorreflejada en las Figs. 2.5(c) y 2.5(d). Es decir, en los valores del parámetro de tamaño para los cuales el cilindro, tanto aislado como bajo el plano, presenta un pico resonante para Q_{sca} (y por lo tanto a otros ángulos de scattering,

en particular, en la dirección de retrorreflexión), su presencia bajo una superficie rugosa dieléctrica de alta rugosidad produce un pico fuerte en la intensidad retrorreflejada. Como se puede ver, cerca del máximo de la resonancia, el pico de retrorreflexión es muy sensible a las pequeñas variaciones de x . Nótese que un objeto tan pequeño como el que se está discutiendo aquí no produciría ninguna amplificación en retrorreflexión para los tamaños x que se encuentran fuera del lóbulo de la resonancia. De hecho, el pico de retrorreflexión se forma por interferencia constructiva de los caminos reversibles de la onda que atraviesa los diferentes puntos de la superficie rugosa en la reflexión por el cilindro. La proporción de tales caminos es muy pequeña para cilindros tan pequeños como los usados aquí; sin embargo, este número aumenta dramáticamente cerca de la resonancia de Mie del cilindro, para el cual su sección eficaz de scattering se realza notablemente.

Para verificar estas afirmaciones de la resonancia en $[0.3, 0.5]$, hemos realizado los mismos cálculos para la resonancia localizada en $[0.5, 0.7]$. Este pico es más afilado (cf. Fig. 2.2), y por lo tanto es capaz de causar cambios más dramáticos en la distribución angular de intensidad. Esto se puede observar en las Figs. 2.6(a)–2.6(d), que son análogas a las de la Fig. 2.5, pero con x en la región correspondiente a esta nueva resonancia.

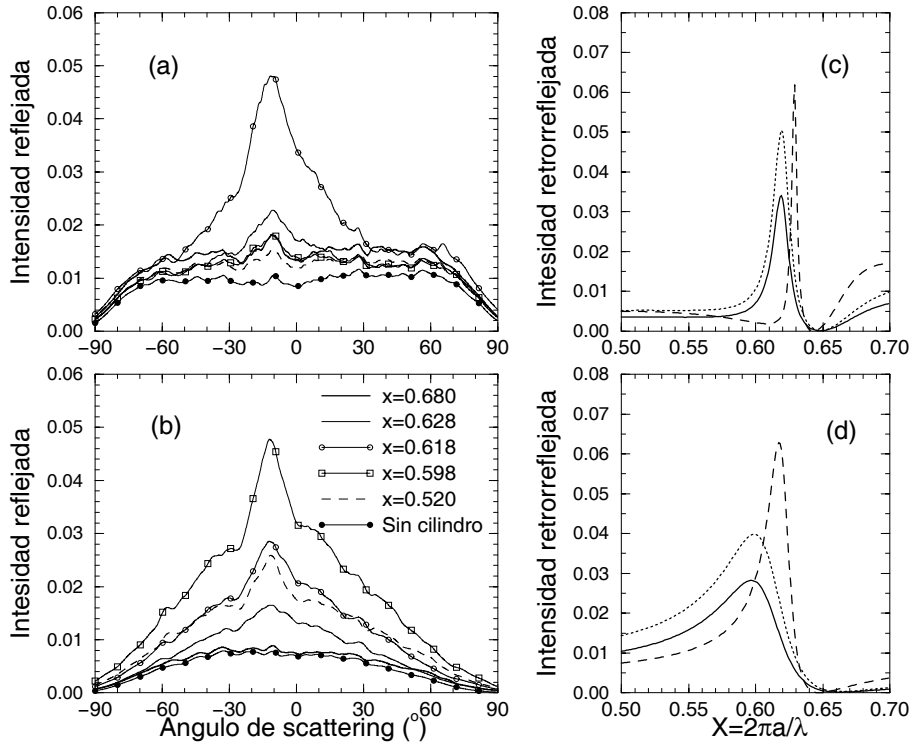


Fig. 2.6: Igual que la Fig. 2.5 para la resonancia con x en $[0.5, 0.7]$.

2.3.3 Influencia de la anchura del haz

Como muestran los experimentos [Baer 87, Zhang 88] y la teoría [Maheu 89, Barton 89, Khaled 92, Khaled 94, Lock 95, Gouesbet 90, Lock 98], la eficiencia de las resonancias en

esferas y cilindros aislados aumenta conforme se focaliza el haz de iluminación. Por otro lado, como se muestra en la Ref. [Madrazo 97d], conforme W/a decrece, la proporción de caminos reversibles y de la energía reflejada de vuelta, en el scattering de sistemas compuestos por una interfaz rugosa y un objeto oculto, aumenta, reforzando así el pico de retrorreflexión. Estos dos efectos, así como su combinación, se muestran en las Figs. 2.7(a) y 2.7(b) para un haz de HWHM $W = 1.5\lambda$, en onda S . Estas figuras se han de comparar con las Figs. 2.5(a) y 2.5(c), respectivamente. En primer lugar, se confirma (cf. Figs. 2.5(c) y 2.7(b)) que, a medida que la anchura del haz disminuye, la eficiencia de la resonancia del cilindro tanto aislado como bajo el plano aumenta notablemente; en particular, en la dirección de retrorreflexión. En segundo lugar, la reflectividad y reforzamiento del pico de retrorreflexión son muy sensibles a los valores de x próximos al máximo de la resonancia. Esta sensibilidad aumenta considerablemente conforme W disminuye (cf. Figs. 2.5(a) y 2.7(a)), acentuando nuevamente la fuerte influencia del pico medio en la amplificación de la retrorreflexión del objeto, enterrado bajo la superficie rugosa.

La generalización de estos resultados a otros objetos elongados se puede hacer siguiendo algunas de las conclusiones de la Ref. [Barber 82]: los objetos de forma arbitraria se pueden caracterizar por los picos de resonancia que se encuentran tras promediar sobre todos los ángulos de incidencia y polarizaciones. El espectro de resonancias obtenido en este proceso constituye un distintivo que caracteriza cada objeto, aunque esté orientado aleatoriamente.

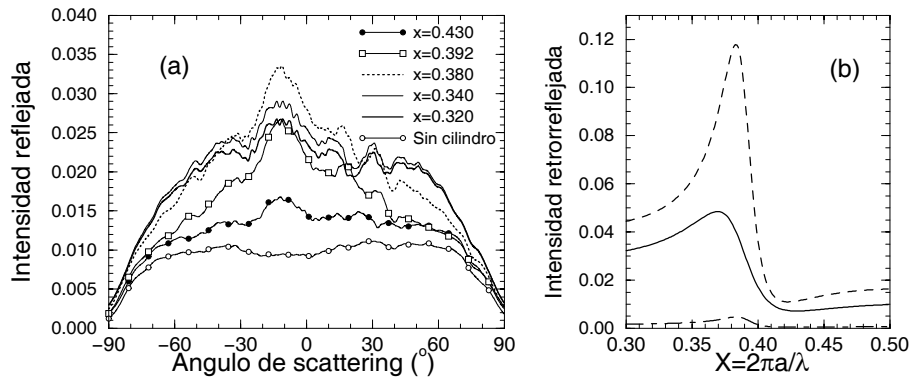


Fig. 2.7: (a) Igual que la Fig. 2.5(a) para $W = 1.5\lambda$ (onda S). (b) $\theta_0 = -\theta_r = 10^\circ$, $d = \lambda$ (onda S). Línea continua, cilindro aislado bajo un plano ($\epsilon_0 = 1$, $\epsilon_1 = 2$), $W = 1.5\lambda$; línea discontinua, cilindro aislado en vacío, $W = 1.5\lambda$; línea punteada, cilindro aislado en vacío, onda plana incidente.

2.4 Conclusiones

En este capítulo, se ha discutido el comportamiento de las resonancias de Mie de un cilindro oculto bajo una interfaz plana o rugosa aleatoria, que separa un medio dieléctrico de aire. Las conclusiones que se obtienen son las siguientes:

- Cuando la superficie es plana o rugosa (una sola realización), el pico de resonancia permanece tanto para las ondas reflejadas como para las transmitidas. Sin embargo, se encuentra desplazado. Este desplazamiento depende de las permitividades dieléctricas

y el perfil de la interfaz. Usando cálculos exactos, este corrimiento puede ser modelado exactamente caracterizando de esta manera el objeto oculto.

- La presencia de la resonancia modifica dramáticamente la distribución angular de la intensidad reflejada promedio, así como el pico de retrorreflexión cuando éste existe. Cerca de la resonancia, este pico es muy sensible a ligeras variaciones del parámetro de tamaño. Más aún, se muestra que los objetos no han de ser necesariamente muy grandes para producir tales amplificaciones, siempre que la forma del cilindro esté cerca de la condición de resonancia.
- El uso de haces incidentes concentrados, que iluminan la región donde el objeto se encuentra enterrado, aumenta la intensidad reflejada normalizada y, consecuentemente, el pico de amplificación en retrorreflexión.

Esta investigación también muestra, indirectamente, que las resonancias de Mie de un cilindro oculto bajo una superficie rugosa aleatoria existen bajo promedios sobre muestras de superficies de rugosidades aleatorias; esto es, hemos de poder observar una resonancia si dibujamos la intensidad promedio, a un ángulo de scattering, frente al parámetro de tamaño del cilindro. En estos experimentos, para los cuales el promedio sobre realizaciones es difícil, la intensidad promedio se puede sustituir por un promedio en longitudes de onda, como se muestra en las Refs. [Tsang 96, Madrazo 95, Madrazo 96, Madrazo 97c, Madrazo 97d].

Este estudio en $2D$ se puede aplicar a la detección de objetos elongados ocultos bajo superficies de un material dieléctrico. Un promedio sobre todos los ángulos de incidencia y polarizaciones proporciona una firma del objeto, que es independiente de la orientación. Estos cálculos en $2D$ son también útiles para predecir los cambios que las interfaces dieléctricas, planas y rugosas, introducen en las resonancias morfológicas de esferas enterradas y otros objetos de forma arbitraria, en tres dimensiones. Aparte de los efectos de despolarización, la perturbación que la interfaz tridimensional introduce en las resonancias morfológicas será similar a la del caso $2D$ en lo concerniente a la señal detectada. Es decir, las conclusiones consignadas han de ser aplicables a este caso.

*He visto cosas que vosotros no
creeríais: atacar naves en llamas
más allá de Orión, he visto rayos
C brillar en la oscuridad cerca de
la puerta de Tannhäuser.
Todos esos momentos se perderán
en el tiempo, como lágrimas en la
lluvia. Es hora de morir.*

– Nexus 6, *Blade Runner* ¹

CAPÍTULO 3

EFFECTOS DE POLARIZACIÓN POR UN OBJETO BAJO UNA SUPERFICIE

Se exponen cálculos exactos que muestran los elementos de matriz de Mueller y el campo cercano dispersado por un cilindro oculto bajo una superficie rugosa aleatoria en dos dimensiones. Se investiga la dependencia de la perturbación introducida por el objeto enterrado en virtud de varios parámetros como el tamaño, la posición y las constantes ópticas del objeto oculto. Las ilustraciones numéricas se centran en perfiles de superficie, constantes ópticas y promedios sobre muestras que pueden ser comparadas directamente con implementaciones prácticas.

3.1 Introducción

En los últimos años, ha habido un gran progreso en la comprensión del scattering electromagnético por superficies rugosas. Entre otros fenómenos físicos, los efectos de scattering múltiple tales como la amplificación en retrorreflexión, tanto en superficies dieléctricas como en superficies metálicas, efectos en transmisión y en reflexión total interna, y funciones de correlación, han atraído una cantidad considerable de trabajos [Ogilvy 91, Nieto-Vesperinas 90, Maystre 91, Nieto-Vesperinas 91, Bennett, ed. 92, Maradudin 94]. Una explicación parcial de este interés, se puede encontrar en el gran número de aplicaciones que estos estudios tienen en muchas disciplinas científicas, tales como óptica, acústica, materia condensada, geociencia o biofísica. En conexión con ellas, existe hoy un creciente interés en el problema de detectar la presencia de cuerpos extraños bajo superficies rugosas, debido al considerable número de implicaciones directas en, por ejemplo, física médica o geociencia. Sin embargo, es necesario notar que hasta ahora hay muy pocos trabajos rigurosos dedicados al scattering electromagnético por superficies rugosas en presencia de objetos [Maradudin 94, O'Neill 96, Madrazo 97c, Ripoll 97, Moreno 96, de la Peña 99].

¹ Dirigida por R. Scott. Guión de H. Fancher y D. Peoples. Basada en una novela de P. K. Dick.

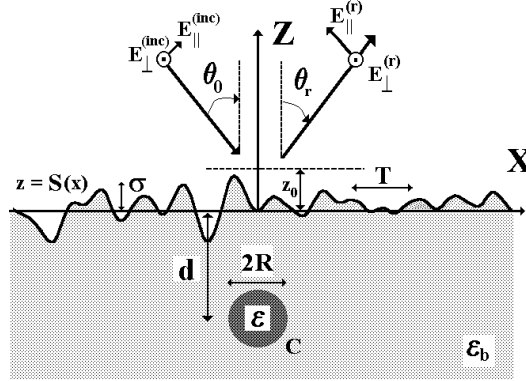


Fig. 3.1: Geometría de scattering.

En este capítulo, se exponen cálculos en $2D$ que muestran, sin aproximación en el orden de interacción, el scattering de una onda electromagnética linealmente polarizada a $+45^\circ$ por un sistema consistente en un cilindro oculto bajo una superficie rugosa aleatoria. Hemos extendido aquí un método teórico [Arias-González 99, Madrazo 97c] para tener en cuenta todas las características de polarización de la onda dispersada. Para este fin, derivaremos los elementos de la matriz de Mueller de la configuración física bajo estudio. Hasta la fecha, no existen trabajos experimentales o teóricos que traten el mencionado sistema, incluso a pesar del gran interés e implicaciones que despierta. Hasta donde sabemos, sólo existen estudios de los elementos de matriz de Mueller para superficies rugosas aleatorias, dieléctricas o metálicas, sin objetos adicionales [O'Donnell 91, Bruce 92, Michel 94].

En la sección 3.2 presentamos la configuración de scattering y resumiremos las ecuaciones exactas de scattering. Se puede completar su estudio en los apéndices B y C. La sección 3.3 expone los resultados numéricos con el fin de investigar la dependencia de los elementos de matriz de Mueller, §3.3.1, con la presencia o no del objeto oculto bajo la superficie rugosa aleatoria. Investigaremos también el campo cercano correspondiente en la sección 3.3.2. Nos concentraremos en exponer configuraciones físicas cercanas a casos realistas. Por ejemplo, hemos usado corrugaciones de la superficie como las usadas en perfiles de piel [Hoppe 93]. Sin embargo, en lo que concierne a las constantes ópticas (permitividades dieléctricas), se ha de tener un cuidado especial. Debido a la compleja estructura de los tejidos biológicos, sus permitividades dependen de la estructura de dichos tejidos a la escala de la longitud de onda [Jacques 01]. Como primera aproximación, tomaremos las propiedades ópticas obtenidas por las aproximaciones de la difusión en transporte de fotones. Notemos que estas constantes ópticas están promediadas sobre propiedades de volumen en dimensiones espaciales de escalas de cientos de micrómetros [Jacques 01, Cheong 90, Tsang 96]. Bajo estas consideraciones, es válido preguntarse por los efectos en campo cercano que la parte absorbente de la permitividad del objeto pueda causar.

3.2 Geometría de scattering y formulación

El sistema físico bajo estudio se muestra esquemáticamente en la Fig. 3.1. Se compone de una superficie aleatoria $z = S(x)$, que separa el vacío ($z > S(x)$), de un medio homogéneo,

isótropo, no dispersivo de permitividad dieléctrica ϵ_b . Un cilindro de radio R , con su eje de simetría paralelo al eje OY , se encuentra situado a distancia d bajo el plano $z = 0$. La constante dieléctrica del cilindro es ϵ . Una onda monocromática con vector eléctrico $\mathbf{E}^{(inc)}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}^{(inc)}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)$, incide sobre la superficie $z = S(x)$ desde el lado de vacío. El vector eléctrico incidente se elige polarizado linealmente a $+45^\circ$, es decir, dado por la expresión:

$$\mathbf{E}^{(inc)}(\mathbf{r}) = \frac{\phi^{(inc)}(\mathbf{r})}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_p^{(inc)} + \mathbf{e}_s^{(inc)}), \quad (3.1)$$

donde $\mathbf{e}_p^{(inc)}$ y $\mathbf{e}_s^{(inc)}$ son los vectores unitarios de polarización paralela y perpendicular al plano de incidencia OXZ , respectivamente. Estos vectores de polarización incidente puede expresarse usando el ángulo de incidencia θ_0 , es decir, $\mathbf{e}_p^{(inc)} = (\cos \theta_0, 0, \sin \theta_0)$, y $\mathbf{e}_s^{(inc)} = (0, 1, 0)$.

Con el fin de evitar problemas de difracción en los bordes de la superficie (su longitud es finita en las simulaciones numéricas), usamos un haz gaussiano como vector eléctrico, según se dio en las Ecs. (2.3)–(2.4). Teniendo en cuenta que la geometría presente es invariante bajo traslaciones a lo largo de eje OY , la naturaleza vectorial del problema de scattering puede ser atacada considerando dos problemas escalares, donde uno de ellos implica la resolución de la componente paralela del vector eléctrico, y el otro el de la perpendicular, ambas con respecto al plano de incidencia. La solución de estos problemas escalares para una geometría invertida puede encontrarse en los apéndices B y C. Aquí sólo vamos a presentar las ecuaciones resultantes.

El campo total (dispersado + incidente) a lo largo de una línea constante $z = z_0$ por encima de la superficie tiene las componentes $\mathbf{E}^{(r)}(\mathbf{r}) = (E_x^{(r)}(\mathbf{r}), E_y^{(r)}(\mathbf{r}), E_z^{(r)}(\mathbf{r}))$, donde $\mathbf{r} = (x, z_0)$. Cada componente del vector eléctrico está dada por una integral de superficie que supone el conocimiento de los valores límite de las componentes perpendiculares de \mathbf{E} y \mathbf{H} . Estos valores límites están calculados en la superficie $z = S^+(x)$ ($S^+(x)$ denota que el valor límite está evaluado desde el lado de vacío). Las expresiones exactas son:

$$\begin{aligned} E_y^{(r)}(\mathbf{r}) &= E_y^{(inc)}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \int_{z=S^+(x)} \gamma(x') dx' \\ &\times \left[\frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} E_y^{(r)}(\mathbf{r}') - G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial E_y^{(r)}(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right], \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$E_x^{(r)}(\mathbf{r}) = -\frac{i}{k_0} \frac{\partial H_y^{(r)}(\mathbf{r})}{\partial z}, \quad (3.3)$$

$$E_z^{(r)}(\mathbf{r}) = \frac{i}{k_0} \frac{\partial H_y^{(r)}(\mathbf{r})}{\partial x}, \quad (3.4)$$

donde $\gamma(x') = \sqrt{1 + \left(\frac{dS(x')}{dx}\right)^2}$, y

$$\begin{aligned}
H_y^{(r)}(\mathbf{r}) &= H_y^{(inc)}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \int_{z=S^{(+)}(x)} \gamma(x') dx' \\
&\times \left[\frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} H_y^{(r)}(\mathbf{r}') - G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial H_y^{(r)}(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right]. \quad (3.5)
\end{aligned}$$

En las Ecs. (3.2)–(3.5), $\mathbf{r} = (x, z_0)$, y $\mathbf{r}' = (x', S^+(x'))$. \mathbf{n}' denota la normal unitaria hacia fuera de la superficie S , y $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = i\pi H_0^{(1)}(k_0|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ es la función de Green bidimensional ($H_0^{(1)}(z)$ es la función de Hankel de primera clase y orden cero).

Es bueno hacer notar que la distribución espacial de intensidad dispersada a lo largo del plano $z = z_0$, es equivalente a la distribución espacial que da la imagen formada por un sistema óptico libre de aberraciones (aparte del factor de magnificación que el sistema introduce [Goodman 68]).

Por otro lado, en aplicaciones prácticas es útil conocer la intensidad dispersada en la zona lejana para un ángulo de reflexión θ_r (véase la Fig. 3.1). Con el fin de obtener las ecuaciones correspondientes, se han de introducir las expresiones asintóticas de las funciones de Green para argumentos grandes, es decir, $k_0|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \rightarrow \infty$. Después de realizar el cálculo, se obtiene:

$$\mathbf{E}^{(r)}(r, \theta_r) = E_p^{(r)}(r, \theta_r) \mathbf{e}_p^{(r)} + E_s^{(r)}(r, \theta_r) \mathbf{e}_s^{(r)}, \quad (3.6)$$

donde $\mathbf{e}_p^{(r)} = (-\cos \theta_r, 0, \sin \theta_r)$ y $\mathbf{e}_s^{(r)} = \mathbf{e}_s^{(inc)}$. Las amplitudes de cada componente son:

$$\begin{aligned}
E_s^{(r)}(r, \theta_r) &= \sqrt{\frac{1}{2\pi k_0 r}} \exp[i(k_0 r - \pi/4)] \int_{z=S^{(+)}(x)} \gamma(x') dx' \\
&\times \left[(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{k}_r) E_y^{(r)}(\mathbf{r}') - i \frac{\partial E_y^{(r)}(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right] \exp(-i\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}'), \quad (3.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_p^{(r)}(r, \theta_r) &= \sqrt{\frac{1}{2\pi k_0 r}} \exp[i(k_0 r - \pi/4)] \int_{z=S^{(+)}(x)} \gamma(x') dx' \\
&\times \left[(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{k}_r) H_y^{(r)}(\mathbf{r}') - i \frac{\partial H_y^{(r)}(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right] \exp(-i\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}'). \quad (3.8)
\end{aligned}$$

La matriz de Mueller \widehat{M} , tiene sólo cuatro elementos distintos de cero en la geometría $2D$ presente. Éstos son:

$$\widehat{M} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & 0 & 0 \\ -m_{12} & m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} & m_{34} \\ 0 & 0 & -m_{34} & m_{33} \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

donde los diferentes elementos de matriz tienen las siguientes expresiones:

$$m_{11}(\theta_r) = r \left\langle E_p^{(r)} \left(E_p^{(r)} \right)^* + E_s^{(r)} \left(E_s^{(r)} \right)^* \right\rangle, \quad (3.10)$$

$$m_{12}(\theta_r) = r \left\langle E_p^{(r)} \left(E_p^{(r)} \right)^* - E_s^{(r)} \left(E_s^{(r)} \right)^* \right\rangle, \quad (3.11)$$

$$m_{33}(\theta_r) = r \left\langle E_p^{(r)} \left(E_s^{(r)} \right)^* + E_s^{(r)} \left(E_p^{(r)} \right)^* \right\rangle, \quad (3.12)$$

$$m_{34}(\theta_r) = ir \left\langle E_p^{(r)} \left(E_s^{(r)} \right)^* - E_s^{(r)} \left(E_p^{(r)} \right)^* \right\rangle, \quad (3.13)$$

donde $*$ denota el complejo conjugado, y $\langle \cdot \rangle$ el promedio sobre colectividades de realizaciones diferentes de la geometría de scattering. Por ejemplo, si realizamos el promedio estadístico sobre longitudes de onda λ_n , la Ec. (3.10) queda:

$$m_{11}(\theta_r) = \frac{r}{N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{F_n} \left\{ \left| E_{p,n}^{(r)} \right|^2 + \left| E_{s,n}^{(r)} \right|^2 \right\}, \quad (3.14)$$

donde F_n es el flujo de energía incidente a través de la superficie, y el índice n denota las diferentes amplitudes del campo dispersado para cada longitud de onda incidente λ_n .

3.3 Resultados numéricos

3.3.1 Cálculos en campo lejano

Para realizar los cálculos, usamos superficies rugosas aleatorias de longitud finita $L = 100\lambda$. Cada realización de perfil de superficie se construye extrayendo 1000 puntos muestra de una secuencia de números aleatorios con estadística gaussiana, media cero y función de correlación gaussiana: $c(\tau) = \langle S(x)S(x+\tau) \rangle / \sigma^2 = \exp(-\tau^2/T^2)$, donde σ es la desviación cuadrática media de alturas de la superficie, y T denota la longitud de correlación. La validez de las simulaciones numéricas está controlada por varios factores como son la convergencia de los resultados con el número de puntos muestra, reciprocidad y balance de energía. En los resultados mostrados a continuación, la conservación de la energía se ha verificado con una exactitud del 99%. Además, hemos comprobado la validez de las simulaciones con resultados experimentales, publicados previamente, sobre los elementos de matriz de Mueller, para la radiación reflejada por una superficie rugosa aleatoria en dos dimensiones [Bruce 92]. Esto se muestra en la Fig. 3.2. La muestra es una superficie de oro ($\epsilon_b = -9.88 + i1.05$ para $\lambda = 0.633 \mu m$), con función de correlación gaussiana de parámetros $T = 3.18 \mu m$, y $\sigma = 1.22 \mu m$. El resto de parámetros son: $\theta_0 = 0^\circ$, $W = 5.06 \mu m$, y $L = 31.65 \mu m$. El promedio sobre muestras se ha sido hecho sobre $N = 2000$ realizaciones diferentes de perfiles de la superficie. Es necesario hacer notar que hay un acuerdo razonable entre los resultados de la Fig. 3.2 y las correspondientes curvas experimentales (cf. Fig. 3 en Ref. [Bruce 92]).

A continuación, pasamos a discutir los resultados de las simulaciones de la piel. La Fig. 3.3 muestra la distribución angular de los elementos de la matriz de Mueller normalizados $m'_{12}(\theta_r) = m_{12}(\theta_r)/m_{11}(\theta_r)$, $m'_{33}(\theta_r) = m_{33}(\theta_r)/m_{11}(\theta_r)$, y $m'_{34}(\theta_r) = m_{34}(\theta_r)/m_{11}(\theta_r)$

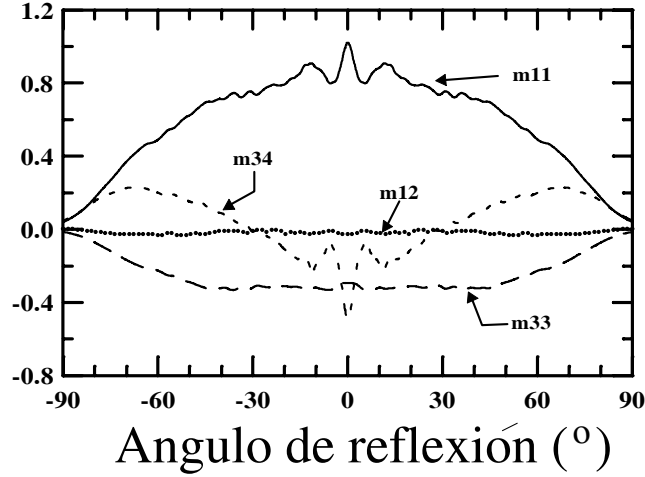


Fig. 3.2: Elementos de la matriz de Mueller ($m_{11}, m_{12}, m_{33}, m_{34}$) en función de θ_r para un ángulo de incidencia $\theta_0 = 0^\circ$. El promedio sobre colectividades se ha tomado sobre $N = 2000$ realizaciones de la superficie rugosa. Los parámetros de superficie y del haz son: $\epsilon_b = -9.88 + i1.05$ (oro a $\lambda = 0.632 \mu m$), $T = 5.02\lambda$, $\sigma = 1.93\lambda$, $L = 50\lambda$, $W = 8\lambda$. Estos resultados se pueden comparar con los datos experimentales mostrados en la Fig. 3 de la Ref. [Bruce 92].

para $\theta_0 = 0^\circ, 20^\circ$ y 40° , respectivamente. La corrugación de la superficie posee los siguientes parámetros: $T = 100 \mu m$, $\sigma = 14.9 \mu m$ (similar al perfil de corrugación de la piel humana, [Jacques 01]). Se han considerado tres casos diferentes: sin cilindro (línea continua), y con cilindro ($R = 21.2 \mu m$, $\epsilon = 2.43 + i0.1$), a profundidades $d = -53 \mu m$ (línea discontinua) y $d = -106 \mu m$ (línea punteada), respectivamente. El promedio sobre colectividades de superficies en presencia de un objeto fijo es difícil de realizar, así que, como se ha hecho previamente en Ref. [Tsang 96], y para poder comparar con resultados experimentales en el futuro, hemos realizado un promedio sobre longitudes de onda. En particular, las curvas han sido promediadas sobre $N = 600$ longitudes de onda diferentes, espaciadas uniformemente en el intervalo $[9.6, 12.6] \mu m$. Los parámetros restantes son: $W = 196 \mu m$ y $\epsilon_b = 2.34$. Como se puede observar, para ángulos θ_r grandes la presencia del cilindro modifica dramáticamente la distribución angular del factor m'_{33} con respecto a los valores obtenidos para la superficie sola. Para θ_r menores, m'_{33} presenta oscilaciones diminutas debido a la existencia del cilindro. Por lo tanto la detección de un objeto mediante m'_{33} requiere ángulos de observación bastante grandes. También, conforme la distancia d entre la superficie y el cilindro aumenta, el efecto del cilindro enterrado sobre m'_{33} disminuye. Aunque por brevedad no se ha mostrado aquí, los cálculos en los que se usan haces mas anchos, o moviendo lateralmente la posición del cilindro con respecto al centro del haz incidente [Madrado 97d], también cambian levemente el factor m'_{33} con respecto a los valores obtenidos cuando no hay objeto presente.

La sensibilidad mostrada por el elemento m'_{33} de la matriz de Mueller ante la presencia o no de objeto oculto, junto con la corrugación relativamente pequeña del perfil de superficie ($\sigma/T = 0.149$), sugiere que este efecto debería ser notable si se hace una imagen del cilindro a través de la superficie con una combinación adecuada de dos polarizadores, actuando sobre los haces incidente y reflejado, respectivamente. Con el fin de verificar este hecho, hemos

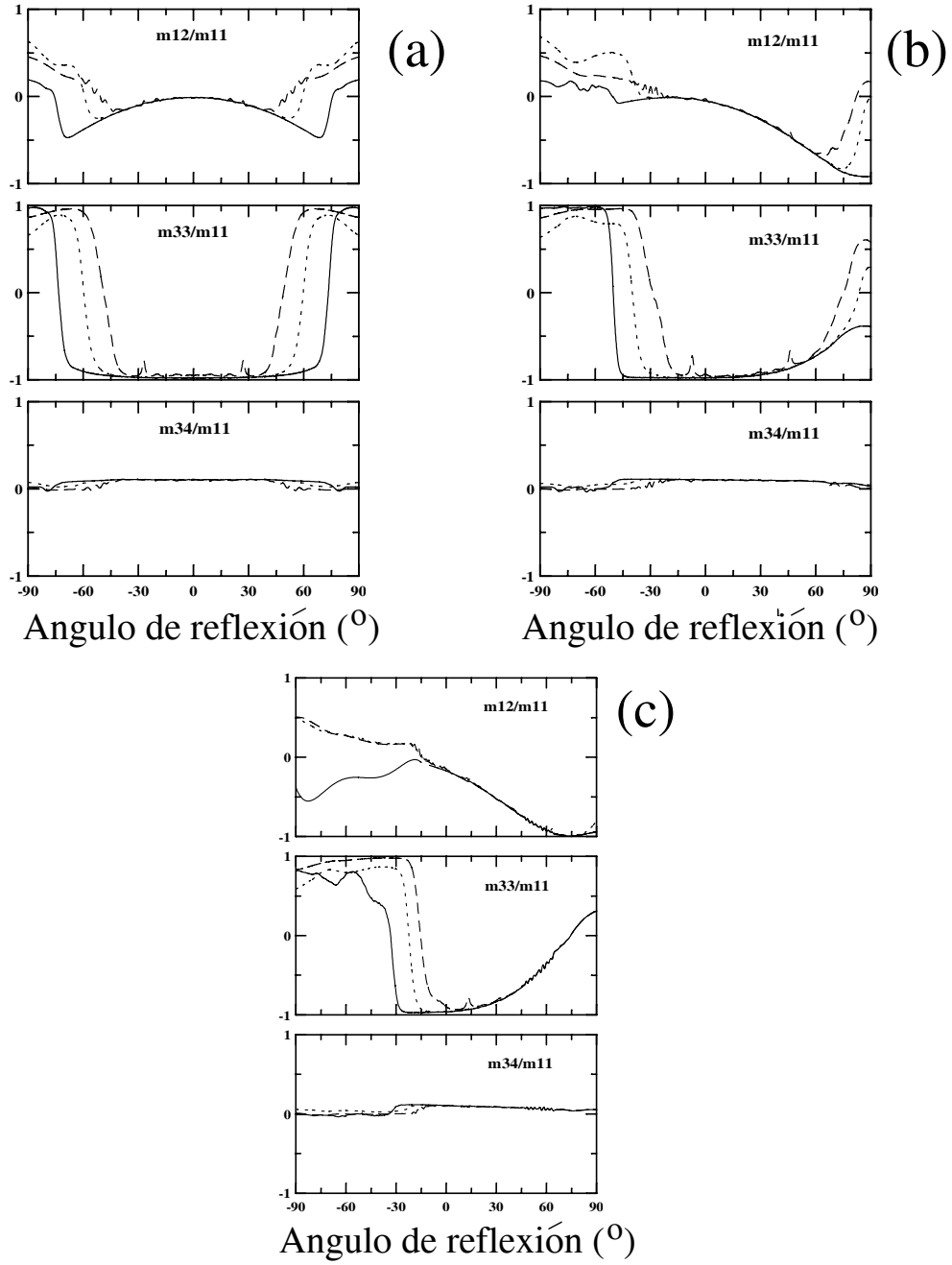


Fig. 3.3: Elementos de la matriz de Mueller normalizados $m'_{12} = m_{12}/m_{11}$, $m'_{33} = m_{33}/m_{11}$, $m'_{34} = m_{34}/m_{11}$, en función de θ_r . El promedio sobre colectividades se ha realizado sobre $N = 600$ longitudes de onda diferentes, tomadas uniformemente en el intervalo $[9.6, 12.6] \mu m$. Los parámetros de superficie y del haz son: $\epsilon_b = 2.34$, $T = 100 \mu m$, $\sigma = 14.9 \mu m$, $L = 1060 \mu m$, $W = 169.6 \mu m$. Se han considerados tres casos diferentes: sin cilindro (línea continua), con cilindro de $R = 21.2 \mu m$ y $\epsilon = 2.43 + i0.1$, a distancia $d = -53 \mu m$ (línea discontinua), y con el mismo cilindro a distancia $d = -106 \mu m$ (línea punteada). (a): $\theta_0 = 0^\circ$. (b): $\theta_0 = 20^\circ$. (c): $\theta_0 = 40^\circ$.

evaluado la distribución espacial del campo eléctrico reflejado en un plano $z = z_0$ en el lado de aire, cerca de la interfaz rugosa. Discutimos esto a continuación.

3.3.2 Efectos en campo cercano

En esta sección analizamos los efectos producidos en el campo cercano por el cilindro enterrado. Consideramos la interfaz tanto plana como rugosa. En esta región introducimos el grado de polarización respecto a la onda incidente según [Demos 96]:

$$D(\mathbf{r}) = \frac{I^{(r)}(\mathbf{r})_{\parallel} - I^{(r)}(\mathbf{r})_{\perp}}{I^{(r)}(\mathbf{r})_{\parallel} + I^{(r)}(\mathbf{r})_{\perp}}, \quad (3.15)$$

donde $I^{(r)}(\mathbf{r})_{\parallel}$ y $I^{(r)}(\mathbf{r})_{\perp}$ son las intensidades de la onda reflejada, tomada con polarización paralela o perpendicular, respectivamente, a la polarización incidente. Esto es:

$$I^{(r)}(\mathbf{r})_{\parallel} = \left| \mathbf{E}^{(r)}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{e}_{\parallel}^{(inc)} \right|^2, \quad (3.16)$$

$$I^{(r)}(\mathbf{r})_{\perp} = \left| \mathbf{E}^{(r)}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{e}_{\perp}^{(inc)} \right|^2, \quad (3.17)$$

donde

$$\mathbf{e}_{\parallel}^{(inc)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos \theta_0, 1, \sin \theta_0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\mathbf{e}_p^{(inc)} + \mathbf{e}_s^{(inc)} \right), \quad (3.18)$$

$$\mathbf{e}_{\perp}^{(inc)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos \theta_0, -1, \sin \theta_0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\mathbf{e}_p^{(inc)} - \mathbf{e}_s^{(inc)} \right). \quad (3.19)$$

La intensidad del campo está calculada en un plano $z_0 = \text{const.}$, situado a $1.2 \mu\text{m}$ de la máxima altura de la porción iluminada de la superficie rugosa aleatoria: $(x, z = S(x))_{\text{max}} = (-110.2, 34.5) \mu\text{m}$. Para realizar estos cálculos hemos usado los siguientes parámetros: $L = 1060 \mu\text{m}$, $z_0 = 35.7 \mu\text{m}$, $T = 100 \mu\text{m}$, $\sigma = 14.9 \mu\text{m}$, $R = 42.4 \mu\text{m}$, $W = 106 \mu\text{m}$. Las permitividades son $\epsilon = 2.43 + i0.2$ y $\epsilon_b = 2.43$. Con este esquema, tenemos intención de simular la distribución de intensidad de campo muy cerca de la superficie limitada por la piel y el aire, y ver los efectos de difracción y absorción del objeto en esta región. Hemos supuesto que las permitividades no varían considerablemente con la longitud de onda usada, y que todas ellas están cerca de una longitud de onda media $\lambda_m = 10.6 \mu\text{m}$. La Fig. 3.4 muestra el perfil de la región iluminada para esta superficie rugosa aleatoria que usamos en la simulación. Se ha situado el objeto (cilindro) en dos posiciones diferentes de coordenadas: $(x, z) = (0, -43.46) \mu\text{m}$ y $(x, z) = (-159, -43.46) \mu\text{m}$, dependiendo de si la porción iluminada de la superficie es $-100 \mu\text{m} < x < 100 \mu\text{m}$ o $-259 \mu\text{m} < x < -59 \mu\text{m}$, respectivamente (ver más abajo). El haz gaussiano inicial incide, en cualquier caso, con su eje pasando a través del centro del cilindro.

La figura 3.5 muestra las intensidades S y P , $I^{(s)}(\mathbf{r})$ y $I^{(p)}(\mathbf{r})$ (para incidencia con onda S y P , respectivamente), y $D(\mathbf{r})$ (para incidencia con onda linealmente polarizada a $+45^\circ$). La longitud de onda incidente es $\lambda = 10.1 \mu\text{m}$. Se han considerado dos situaciones: con cilindro

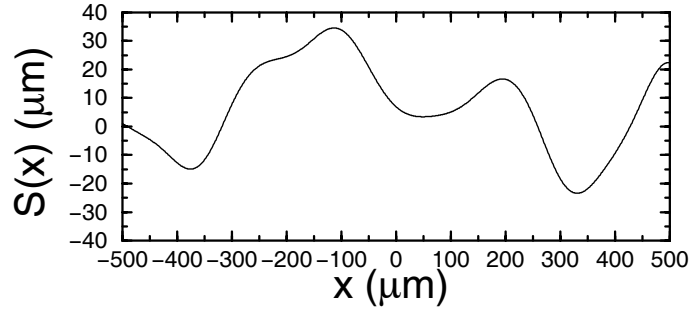


Fig. 3.4: Superficie muestra. Parámetros: $L = 1060 \mu m$, $T = 100 \mu m$, $\sigma = 14.9 \mu m$.

(línea continua) y sin él (línea punteada). Se adjuntan tres casos de interfaz: superficie plana y superficie rugosa (Fig. 3.4) iluminada en dos regiones, $-100 \mu m < x < 100 \mu m$ o $-259 \mu m < x < -59 \mu m$. Se puede observar que el cilindro manifiesta su presencia con oscilaciones no periódicas de alta frecuencia, que están superpuestas sobre la distribución de intensidad que produciría la superficie sin objeto. Como se muestra, no hay efectos de absorción u otros cambios bruscos en la distribución de intensidad que se calcula en la región por encima del cilindro, como cabría esperar del hecho de que $\Im m\{\epsilon\} \neq 0$. Por lo tanto, los efectos de scattering y difracción son dominantes sobre los de absorción, para este tamaño de cilindro. Podemos distinguir dos frecuencias en la distribución de intensidad: una atribuida a la superficie ($\nu \sim 1/10\lambda$), y la otra atribuida al cilindro ($\nu \sim 1/\lambda$). Las frecuencias mas distinguibles y altas son distintivos de la difracción por la presencia del objeto.

Hemos comprobado el comportamiento de estas oscilaciones, por lo que podemos decir que conforme $\Im m\{\epsilon\}$ aumenta, también lo hace la amplitud de las oscilaciones; además, sólo hay un pequeño cambio en la posición de los lóbulos. Ocurre lo mismo conforme $\Re e\{\epsilon\}$ aumenta. Concluimos, por lo tanto, que para objetos de este tamaño, la amplitud de las oscilaciones aumenta con el módulo de ϵ , ya que aparece más contraste con respecto al fondo en el potencial óptico, y su posición no cambia considerablemente. Esto significa que para objetos relativamente pequeños, la onda percibe el contraste de permitividades, pero no distingue mucho entre absorción y refracción en ϵ .

Conforme el ángulo de incidencia θ_0 aumenta, el número de oscilaciones apenas cambia, aunque su frecuencia es mayor en la región de retrorreflectancia comparada con la región especular, de acuerdo con trabajos realizados previamente en campo cercano reflejado [Demos 96].

El grado de polarización, para incidencia con polarización lineal a $+45^\circ$, puede ayudarnos a encontrar la región de la superficie rugosa que estamos iluminando. Obsérvese que ésta no está clara en las intensidades S y P . El perfil de la superficie queda más acentuado conforme se aumenta θ_0 .

Ya que, como se ha visto, en este rango de parámetros no se obtiene una imagen directa del objeto enterrado, incluso cuando este es absorbente, hemos de inferir su existencia por la presencia de las oscilaciones en la distribución de campo cercano. Con este fin, hemos establecido una correlación entre el número de lóbulos de estas oscilaciones y el radio del cilindro. Hemos calculado $D(\mathbf{r})$ para los casos del cilindro enterrado bajo el plano y un valle de la superficie rugosa, iluminando a $\theta_0 = 0^\circ$, cuando la longitud de onda es $\lambda = 20.2 \mu m$. En la Fig. 3.6 se muestra este cálculo. Ahora R/λ es la mitad del valor que se tenía

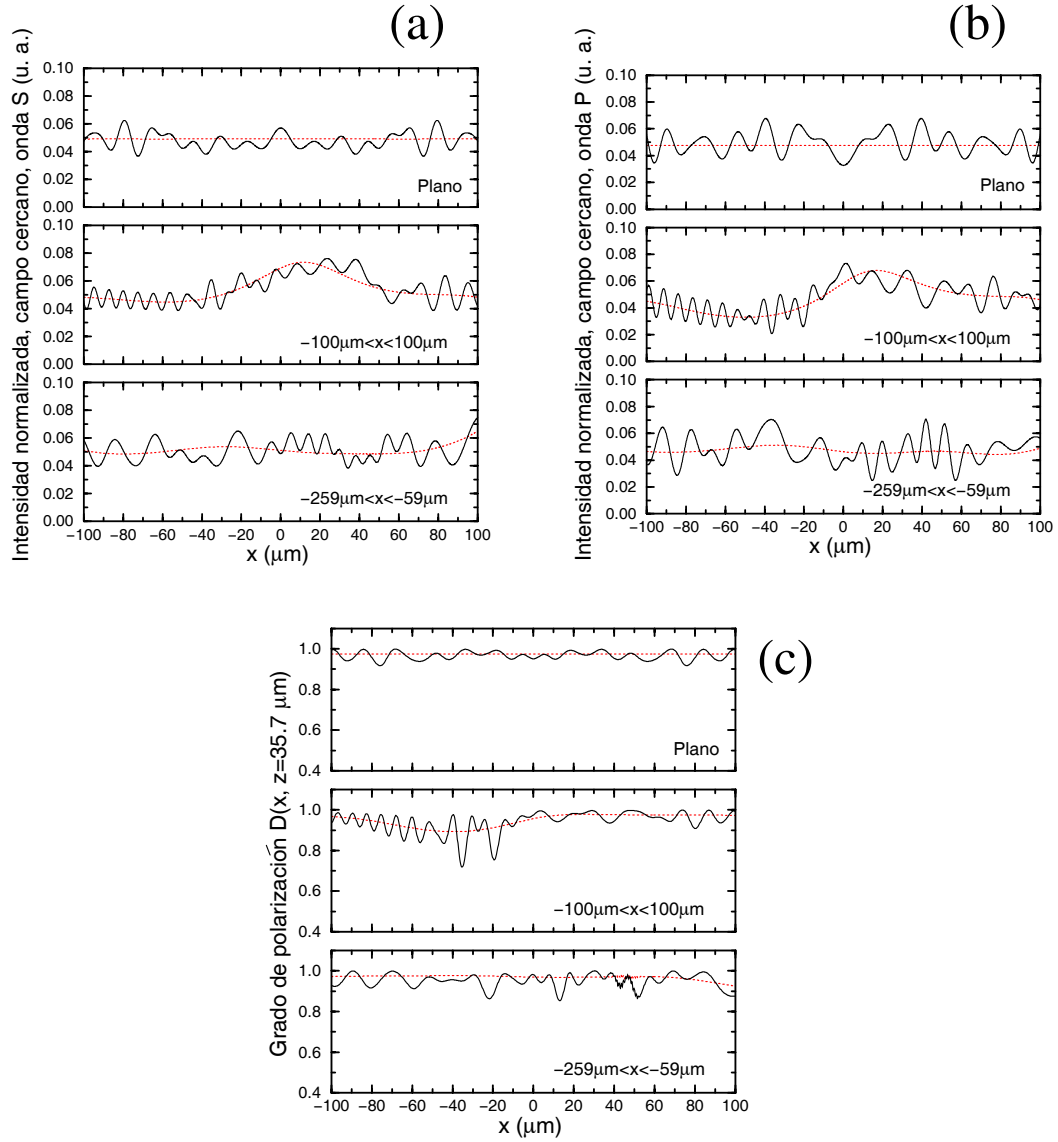


Fig. 3.5: Intensidad de campo cercano frente a la coordenada x en el plano $z_0 = 35.7 \mu\text{m}$, en el lado de aire. Longitud de onda incidente: $\lambda = 10.1 \mu\text{m}$, $\theta_0 = 0^\circ$. De arriba a abajo, las porciones de superficie iluminadas son (véase Fig. 3.4): plana, rugosa con $-100 \mu\text{m} < x < 100 \mu\text{m}$ (valle rugoso) y rugosa con $-259 \mu\text{m} < x < -59 \mu\text{m}$ (cresta rugosa). Los parámetros de superficie y del haz son: $\epsilon_b = 2.43$, $T = 100 \mu\text{m}$, $\sigma = 14.9 \mu\text{m}$, $W = 106 \mu\text{m}$. Se han considerado dos casos diferentes: sin cilindro (línea punteada), y con un cilindro de radio $R = 42.4 \mu\text{m}$ y $\epsilon = 2.43 + i0.2$, a distancia $d = -43.46 \mu\text{m}$ (línea continua). El centro del cilindro está situado en $x = 0$ (valle rugoso) o $x = -159 \mu\text{m}$ (cresta rugosa). (a) Intensidad para incidencia con polarización S . (b) Intensidad para incidencia con polarización P . (c) Grado de polarización para onda incidente linealmente polarizada a $+45^\circ$.

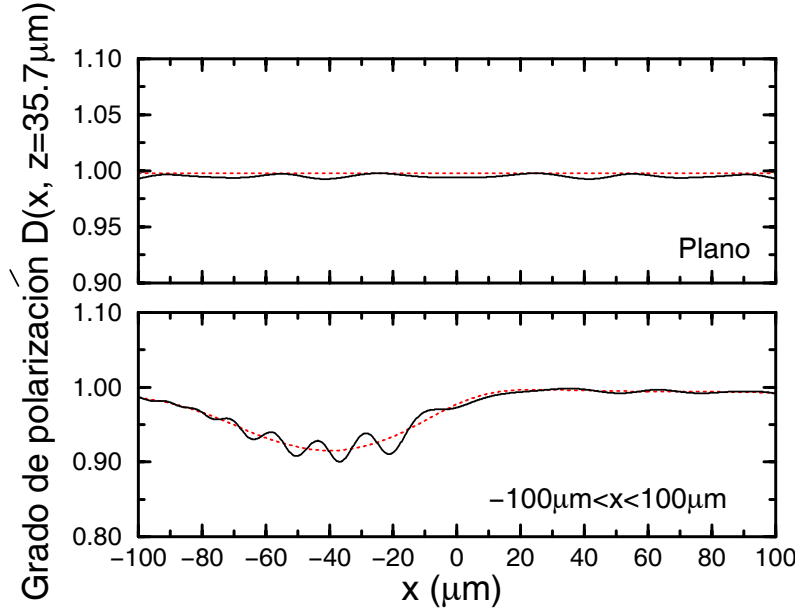


Fig. 3.6: Grado de polarización para el plano y la superficie rugosa ($-100 \mu m < x < 100 \mu m$). Longitud de onda incidente $\lambda = 20.2 \mu m$. El resto de parámetros son los mismos que en la Fig. 3.5.

anteriormente, y el número de lóbulos se reduce, consecuentemente, a la mitad del caso con $\lambda = 10.1 \mu m$. Lo mismo ocurre con las polarizaciones S y P . Este comportamiento lineal del periodo de las oscilaciones con R/λ se puede demostrar realizando una regresión lineal. Así, hemos estudiado el número de lóbulos N , para $D(\mathbf{r})$, en el intervalo $x \in (-212, 212) \mu m$ conforme variamos λ para $\theta_0 = 0^\circ$. Esto se ha llevado a cabo con el objeto tanto bajo el plano como bajo la superficie rugosa con $-259 \mu m < x < -59 \mu m$ (valle rugoso) y $-371 \mu m < x < -53 \mu m$ (cresta rugosa) (véase la Fig. 3.4). Hemos tomado los siguientes valores para la longitud de onda incidente: $\lambda = 5, 7.5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 25, 30, 35, 40, 50 \mu m$. El resultado se muestra en la Fig. 3.7. Para valores de λ mayores que estos, las oscilaciones son casi inexistentes. La regresión lineal tiene un coeficiente de correlación mayor que 0.998 en todos los casos. Estas rectas de R/λ frente a N son de ayuda para caracterizar el tamaño del objeto enterrado.

La pendiente de la regresión lineal sugiere que las diferentes porciones de la superficie toman un papel crítico en el patrón de difracción del objeto: Los valles rugosos de la superficie concentran en refracción la mayor parte del flujo incidente sobre el cilindro, por lo que el número de lóbulos de estas oscilaciones es mayor. Las crestas rugosas de la superficie refractan el campo incidente a lo largo de la superficie; de esta manera, el flujo incidente que llega al cilindro disminuye cuando lo dispersa esta región de la superficie, y también, como resultado, el número de lóbulos.

Cuando el cilindro se coloca a distancia $d' = 2d = -86.92 \mu m$ respecto al plano medio de la superficie rugosa, las rectas de regresión son prácticamente las mismas. Además, si variamos, a esta distancia d' , el ángulo de incidencia (usando por ejemplo $\theta_0 = 10^\circ$), las rectas permanecen sustancialmente igual también. No mostramos estos resultados por brevedad.

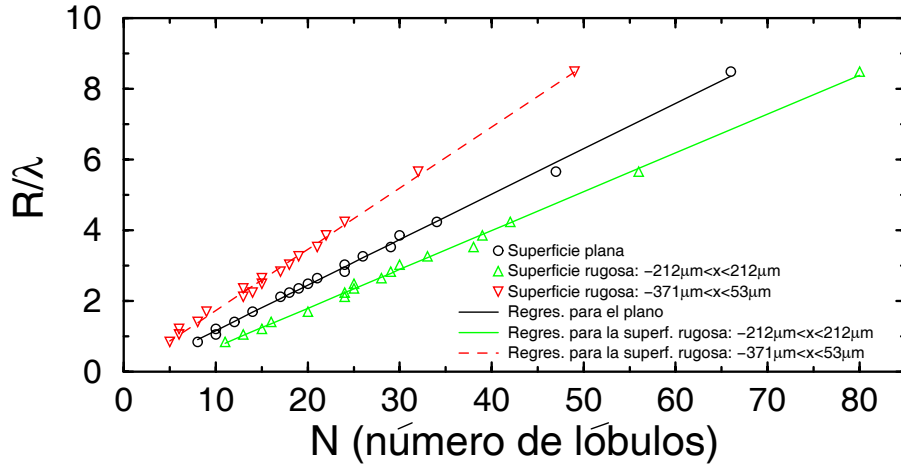


Fig. 3.7: Ajuste a una regresión lineal de R/λ frente al número de lóbulos N en el grado de polarización. $z_0 = 35.7 \mu m$. La superficie iluminada es plana o rugosa con $x \in (-212, 212) \mu m$ o $x \in (-371, 53) \mu m$. El resto de parámetros de la superficie y el cilindro son los mismos que en la Fig. 3.5.

3.4 Conclusiones

Hemos estudiado los efectos producidos por un cilindro oculto bajo un plano y una superficie rugosa aleatoria, tanto en campo lejano como en campo cercano, cuando existen cambios en la polarización. Concluimos que el objeto enterrado modifica dramáticamente la distribución de campo en las dos regiones de medida, con respecto al caso de solamente superficie. Sin embargo, no se puede obtener una imagen de un objeto tan pequeño como el considerado aquí en función de la longitud de onda.

En la zona lejana, el elemento m'_{33} de la matriz de Mueller es el que muestra una mayor sensibilidad relativa a otros elementos de matriz. Aunque su perturbación por el objeto es sólo relevante a grandes ángulos de reflexión. En campo cercano, el cilindro manifiesta su presencia con oscilaciones no periódicas de alta frecuencia en la distribución de intensidad, tanto para polarización S como P (para incidencia con polarización S y P , respectivamente), o en el grado de polarización (para una onda incidente linealmente polarizada a $+45^\circ$), como resultado de la difracción. Las partes absorbente y refractiva de la permitividad del cilindro no son distinguidas apreciablemente por la onda. R/λ varía linealmente con el número de lóbulos en las oscilaciones. Las posiciones de los lóbulos cambian para distintos ángulos de incidencia o distancias del objeto a la interface, pero el comportamiento lineal del número de lóbulos frente a R/λ no se altera sustancialmente. La pendiente de la regresión lineal es un distintivo de las porciones de la superficie que han sido iluminadas, ya que la forma del perfil de superficie perturba los efectos de difracción causados por el cilindro. Esperamos que estos cálculos puedan estimular experimentos futuros.

Parte II

APLICACIONES EN NANOCIENCIA: NANOPARTÍCULAS SOBRE SUPERFICIES

*Hay quien ha venido al mundo
para enamorarse de una sola
mujer y, consecuentemente, no es
probable que tropiece con ella.*

– José Ortega y Gasset

CAPÍTULO 4

DISTRIBUCIONES DE MODOS RESONANTES EN CAMPO CERCANO EN NANOPARTÍCULAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS

Se estudia teóricamente el acoplamiento de ondas propagantes (homogéneas) y evanescentes (inhomogéneas) con los modos propios de nanocilindros y nanoesferas sobre substratos. El análisis tiene en cuenta la interacción múltiple de la luz entre estos objetos y la superficie dieléctrica que sustenta las ondas evanescentes. En este sentido, presentamos un procedimiento exacto que predice y controla la creación de grandes amplificaciones de campo, concentradas en el interior y cerca de la nanopartícula en virtud del ángulo de incidencia y el estado de polarización.

Se considera la excitación de los modos propios en partículas dieléctricas (o modos de galería susurrante, WGM), y se analiza el comportamiento de los coeficientes de Mie para caracterizar completamente las resonancias. También se analiza la excitación de modos plasmónicos resonantes en partículas metálicas. El estudio se realiza mediante una comparación de distribuciones de intensidad en campo cercano con las eficiencias de scattering en campo lejano.

4.1 Introducción

Existe un creciente interés en el estudio de los modos propios electromagnéticos en partículas pequeñas. Por un lado, hay experimentos que estudian la anchura de línea de plasmones superficiales en partículas metálicas, [Klar 98], y también la evolución de sus campos cercanos, tanto en partículas aisladas como en matrices de partículas, [Krenn 99]. Estos experimentos se centran en investigación a nivel básico y también en las posibles aplicaciones de las propiedades ópticas de los plasmones. Por otro lado, los trabajos experimentales centrados en la excitación de modos de galería susurrante, [Liu 95, Collot 93, Knight 95, Weiss 95, Griffel 96],

son de relevancia para la posible aplicación de estos sistemas en la construcción de concentradores de campo y dispositivos de alto factor de calidad Q . De igual manera, en estudios ópticos de campo cercano [Pohl 93, Greffet 97], estas partículas pueden actuar como detectores o emisores [Inouye 94, Kawata 94, Madrazo 97b, Gu 99]; puesto que su comportamiento resonante mejorará su utilidad. Además, la analogía entre los modos resonantes y los orbitales electrónicos sugiere la posibilidad de formar interacciones enlazantes y antienlazantes entre partículas vecinas [Antonoyiannakis 97], para así, introducir a través de la acción de luz, interacciones atractivas que conduzcan a su ensamblaje en nanoestructuras deseadas, por medio del enlace óptico (optical binding) [Burns 89, Bayer 98].

El campo en el interior y en las proximidades de la partícula depende fuertemente del tamaño e índice de refracción de la partícula, además del vector de onda y el estado de polarización de la onda incidente. De esta manera, se hace necesario un procedimiento que permita la predicción y el control de la excitación de los modos propios. Para ello, se requiere incluir en el modelo de cálculo, interfaces que actúen como acopladoras de luz a la partícula. Éste es el propósito de este capítulo. Nuestro estudio contiene partículas con radios no mayores que 200 nm , esto es, $x = 2\pi a/\lambda \lesssim 1$. Se han encontrado ampliaciones en campo cercano para partículas mayores ($x \gg 1$) [Owen 81b, Chylek 85, Benincasa 87]. Consideramos la partícula en aire, cerca de la interfaz dieléctrica, iluminada desde el lado más denso, tanto por encima del ángulo crítico de reflexión total interna (RTI) como por debajo. El cálculo se centrará principalmente en una configuración bidimensional, en la cual la partícula se simula con un cilindro cuyo eje es perpendicular al plano de incidencia; sin embargo, compararemos los resultados también con esferas en tres dimensiones. Para partículas aisladas, los resultados en $2D$ y $3D$ son similares [Arias-González 00, Arias-González 01b], aparte de por los efectos de despolarización que tienden a esparcir el campo dispersado fuera de la esfera.

El análisis presentado aquí está basado en el método integral explicado en los apéndices B y C, que tiene en cuenta la interacción múltiple del campo con el objeto y la superficie acopladora. La excitación resonante se realiza con una onda plana que es transmitida a través de la interfaz plana que separa vidrio de aire, donde la partícula está situada. Esta onda puede ser homogénea (propagante) o inhomogénea (evanescente),¹ ya que la incidencia tiene lugar desde el lado de vidrio, tanto a ángulo de incidencia cero —con la interfaz normal—, o bajo reflexión total interna.

En la sección 4.2 presentamos la formulación del problema. Discutimos la influencia de la excitación de resonancias con onda evanescente, frente a la excitación con onda plana, en la sección 4.3.1. Así mismo, estudiamos el caso de la excitación de plasmones en nanocilindros metálicos, en campo lejano observando la sección eficaz diferencial de scattering. En la sección 4.3.2, relacionamos la distribución de campo cercano con la forma de línea en la intensidad de campo lejano y la eficiencia de scattering. Para ello, estudiamos la excitación resonante en campo cercano de modos propios en nanocilindros dieléctricos y metálicos.

4.2 Formulación

La figura insertada en la Fig. 4.1(b) muestra la geometría de scattering. Consideramos como incidencia ondas planas o haces gaussianos de semianchura a mitad de altura (HWHM) W , con polarización S o P , incidiendo desde un medio semi-infinito de vidrio ($n_0 = 1.52$) separado del vacío ($n_1 = 1$) por una superficie plana, donde la partícula está situada. Estudiamos los efectos de scattering cuando la onda transmitida es propagante (ángulo de

¹ Para una discusión rigurosa de estos conceptos, véase §B.1 (apéndice B).

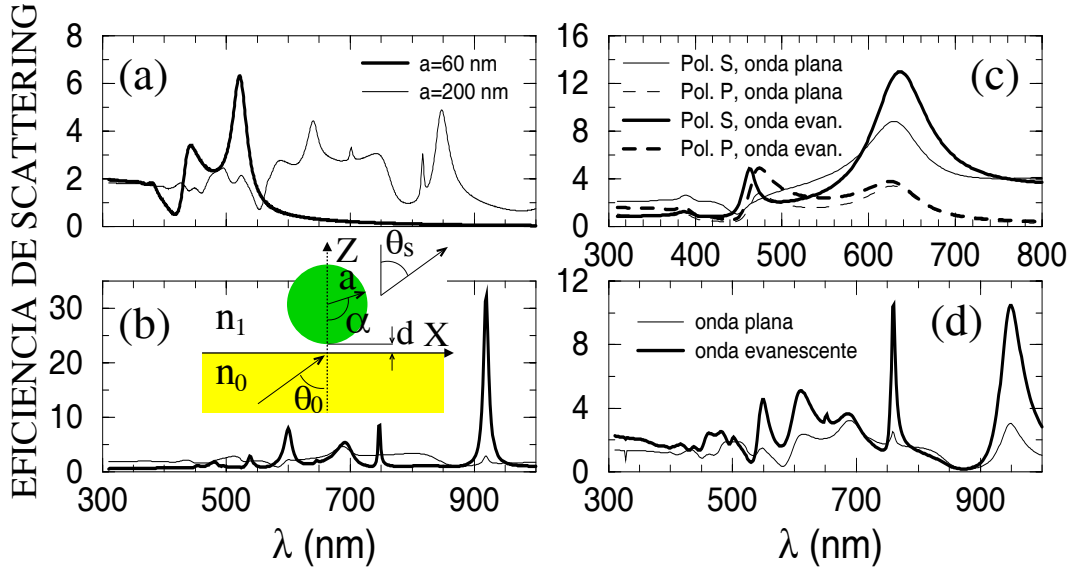


Fig. 4.1: Eficiencias de scattering para (a) una esfera aislada de radio $a = 60 \text{ nm}$ (curva de trazo grueso) y $a = 200 \text{ nm}$ (trazo fino) excitada con onda plana propagante; (c) un cilindro aislado de radio $a = 60 \text{ nm}$ excitado con una onda incidente (plana propagante o evanescente, creada a $\theta_0 = 60^\circ$); (b), (d) un cilindro aislado de radio $a = 200 \text{ nm}$ excitado con una onda incidente de polarización S o P , respectivamente. El material de la partícula es, en todos los casos, silicio. La figura insertada en (b) muestra la geometría de scattering.

incidencia $\theta_0 = 0^\circ$) o evanescente ($\theta_0 > \theta_c = 41.14^\circ$, siendo θ_c el ángulo crítico). Como se ha dicho anteriormente, tenemos en cuenta la interacción de scattering múltiple que existe entre el plano y el objeto por medio de las ondas dispersadas. Se simulan partículas, esferas y cilindros, de silicio y plata [Palik 85], de radio a a distancia $d + a$ desde el centro de la partícula a la superficie del plano.

En el caso de cilindros, no existe despolarización en el scattering de las ondas con polarización S o P . Los vectores eléctrico y magnético incidentes, respectivamente, están dados por las Ecs. (C.1) y (C.2), siendo la geometría del haz gaussiana, según las ecuaciones (C.13) y (C.14). El campo se calcula de manera exacta por medio de las ecuaciones descritas en los apéndices B y C. La eficiencia de scattering en campo lejano y la intensidad normalizada como función del parámetro de tamaño a ángulos de scattering fijos, $I(x = 2\pi a/\lambda, \theta_s, \theta_0)/2a$, fueron usados en el capítulo 1 para un haz gaussiano, incidente desde el vacío. Para incidencia con onda evanescente, hemos renormalizado ambas cantidades a la intensidad promediada sobre el área (sección eficaz) perpendicular al vector de Poynting de la onda evanescente:

$$\tilde{I}_0 = \frac{1}{2a} \int \langle \mathbf{S}_{\text{inc}} \rangle \cdot \mathbf{n} dA = I_0 \frac{n_0}{n_1} \sin \theta_0 \exp(-2\kappa d) \frac{\sinh(2\kappa a)}{2\kappa a} \quad (4.1)$$

donde $\kappa = 2\pi/\lambda(n_0^2 \sin^2 \theta_0 - n_1^2)^{1/2}$ e I_0 denota la intensidad incidente. Hemos de notar que:

$$\tilde{I}_0 \sim 1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(2\kappa a)^{2m}}{(2m+1)!} \quad (4.2)$$

que es significativo para cilindros grandes, longitudes de onda pequeñas, y θ_0 altos. Este comportamiento de \tilde{I}_0 se muestra en cilindros [Arias-González 01b, Arias-González 00] y en esferas [Wannemacher 99]. Consideramos la amplitud de la onda refractada sobre la interfaz como uno, en ausencia de objeto.

4.3 Resultados numéricos

4.3.1 Intensidad en campo lejano

La figura 4.1 muestra las eficiencias de scattering de una partícula aislada, en vacío, de radio $a = 60 \text{ nm}$ y $a = 200 \text{ nm}$. Comparamos los resultados de la situación tridimensional de una esfera, Fig. 4.1(a), con una configuración bidimensional, esto es, con un cilindro con su eje normal al plano de incidencia, Figs. 4.1(b)–4.1(d). El campo incidente es propagante o evanescente, creado a $\theta_0 = 60^\circ$, y con polarización S o P . Estos cálculos muestran que la altura de los picos resonantes dependen de la clase de excitación, siendo mayor para onda evanescente. Esta diferencia en la eficiencia es más importante conforme se incrementa el tamaño de la partícula. Sin embargo, comprobamos que las posiciones y anchuras a mitad de altura de las eficiencias de scattering son independientes de la clase de incidencia (según se adelantó en el capítulo 1).

La figura 4.2 muestra las eficiencias de scattering y las intensidades dispersadas para ángulos fijos de salida frente a la longitud de onda para dos tamaños de cilindro de plata $a = 30 \text{ nm}$, Figs. 4.2(a) y 4.2(b), y $a = 200 \text{ nm}$, Figs. 4.2(c) y 4.2(d). Usamos como incidencia ondas planas, propagantes y evanescentes, para el cilindro aislado y haces gaussianos, cuando se considera la interacción con el plano. Al mismo tiempo, se considera la distancia d , desde la parte inferior del cilindro al plano, de 15.5 nm para una onda plana evanescente en la presencia del plano, y cero para el resto de casos. La normalización mencionada, Ec. (4.1), corrige el valor de la intensidad en el cilindro que es debida al decaimiento exponencial del campo evanescente con la distancia d . El resto de parámetros son: $W = 3050 \text{ nm}$ y la longitud L a lo largo del eje OX del plano iluminado $L = 30500 \text{ nm}$, para los casos de $a = 30 \text{ nm}$ e interacción con el plano, y $W = 4050 \text{ nm}$ y $L = 40500 \text{ nm}$, para los casos correspondientes a $a = 200 \text{ nm}$ bajo las mismas condiciones. La amplificación de la eficiencia de scattering observada en la Fig. 4.2 es debida a la resonancia del plasmón excitado usando polarización P . Para polarización S no se pueden excitar resonancias de plasmón en un cilindro, aunque sí que pueden darse en otros objetos no cilíndricos como esferas, ya que esta geometría despolariza la onda incidente. Las curvas de eficiencia de scattering de la partícula aislada (Figs. 4.2(a) y 4.2(b)) muestran que la excitación con onda evanescente amplifica los órdenes multipolares superiores, dando lugar a resonancias con pico más alto sin cambiar la posición de los mismos [Arias-González 00, Wannemacher 99, Quinten 99].

Las curvas de intensidad (Figs. 4.2(c) y 4.2(d)) son ejemplos del comportamiento de la sección eficaz de scattering diferencial normalizada a un ángulo fijo de scattering y muestran una notable similitud con las eficiencias de scattering de las Figs. 4.2(a) y 4.2(b), manifestando la contribución de ángulos grandes de la sección eficaz diferencial de scattering a la eficiencia resultante. Para un cilindro aislado, sin embargo (no mostrado aquí por brevedad), la intensidad puede ser mayor para onda propagante que evanescente, en el caso de ángulos

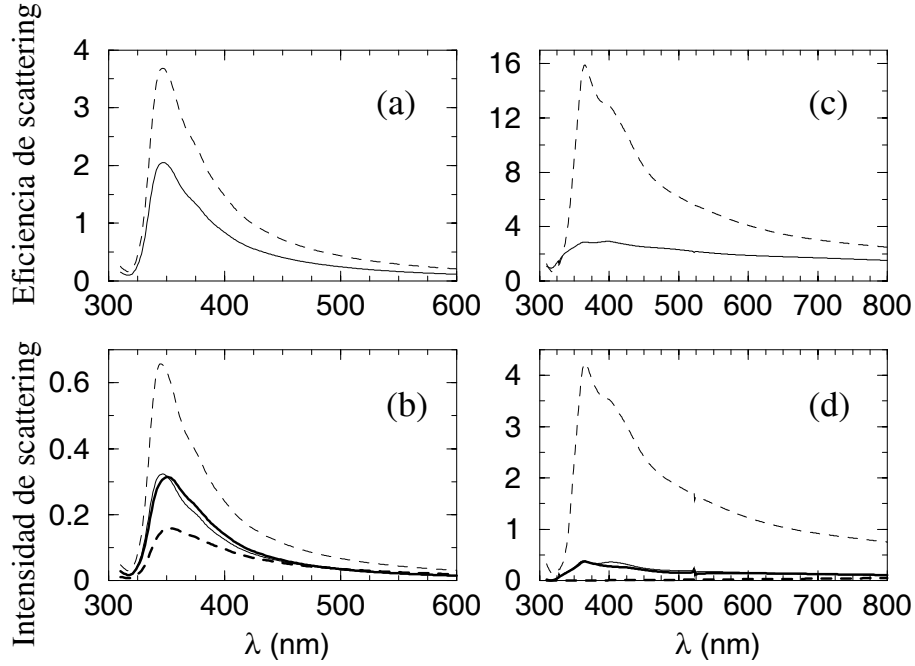


Fig. 4.2: (a) y (c) Eficiencias de scattering frente a la longitud de onda para un cilindro de plata de radio $a = 30 \text{ nm}$ y $a = 200 \text{ nm}$, respectivamente. (b) y (d) Intensidad de scattering normalizada, a $\theta_s = 45^\circ$, frente a la longitud de onda para un cilindro de plata de radio $a = 30 \text{ nm}$ y $a = 200 \text{ nm}$, respectivamente. El cilindro está situado a $d = 0$ para los casos de objeto aislado, y a $d = 15.5 \text{ nm}$ cuando está situado sobre un plano dieléctrico con longitud $L = 30500 \text{ nm}$, (b), o $L = 40500 \text{ nm}$, (d). La incidencia es una onda plana con polarización P , tanto propagante como evanescente, cuando la partícula está aislada, y un haz gaussiano de HWHM $W = 3050 \text{ nm}$, (b), o $W = 4050 \text{ nm}$, (d), cuando la interacción con el plano está tenida en cuenta. Línea continua y discontinua fina, cilindro aislado excitado por una onda plana propagante ($\theta_0 = 0^\circ$) y plana evanescente ($\theta_0 = 60^\circ$), respectivamente. Línea continua y discontinua gruesa, cilindro sobre un plano excitado por un haz gaussiano a $\theta_0 = 0^\circ$ y $\theta_0 = 60^\circ$, respectivamente.

de scattering cercanos a la dirección hacia delante. Aunque sólo enseñamos la sección eficaz diferencial para el caso del cilindro de plata, estos cálculos también se realizaron para resonancias de la partícula de silicio, mostrando un comportamiento análogo.

Teniendo en cuenta el scattering múltiple que se forma debido a la presencia del plano, observamos un decrecimiento, ensanchamiento y corrimiento hacia el rojo del pico. Para excitación con onda evanescente, este pico decrece notablemente, ya que la forma de la línea es menor que para la onda plana. En este caso, hemos de añadir a la explicación anterior que el scattering múltiple en la superficie rompe la radiación casi isotrópica obtenida en ausencia de interacción, dando lugar a una intensidad fuertemente direccionada hacia el interior del medio de vidrio [Wannemacher 99]. En este sentido, la intensidad a ángulos de scattering no muy cercanos a la dirección principal son reducidos apreciablemente. Este efecto se amplifica para tamaños de objetos mayores, como los mostrados en la Fig. 4.2(d).

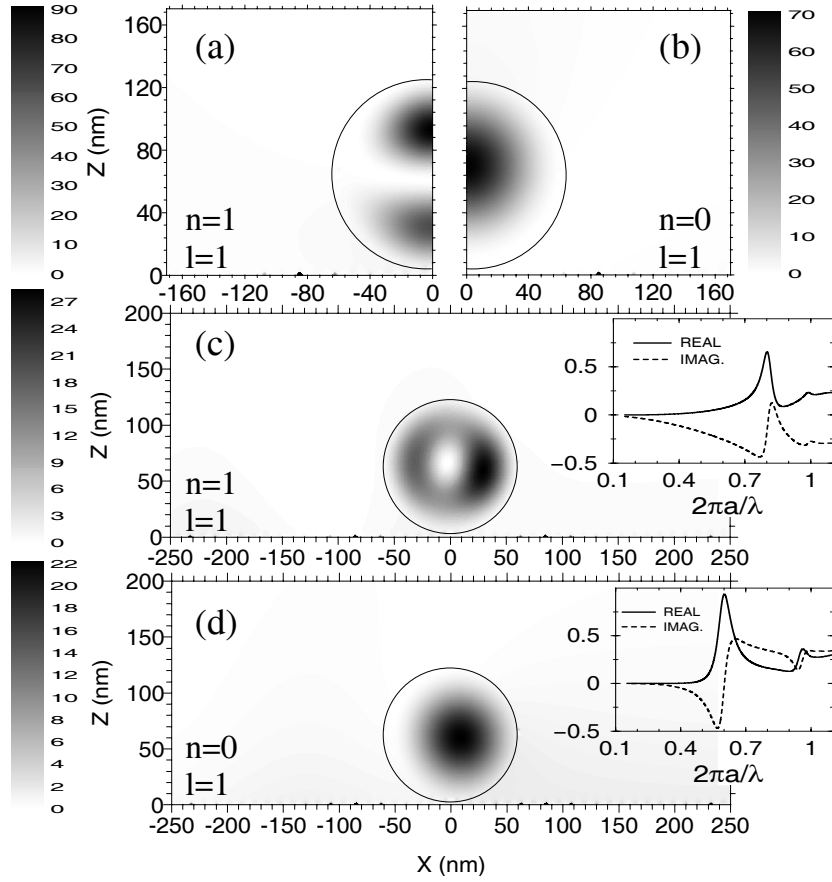


Fig. 4.3: Mapas de intensidad $|H/H_0|^2$ en polarización P para un cilindro de $a = 60 \text{ nm}$ sobre un plano a $d = 5 \text{ nm}$ y $W = 4000 \text{ nm}$. (a) $\lambda = 471 \text{ nm}$, $\theta_0 = 0^\circ$, (b) $\lambda = 638 \text{ nm}$, $\theta_0 = 0^\circ$, (c) $\lambda = 471 \text{ nm}$, $\theta_0 = 60^\circ$, (d) $\lambda = 638 \text{ nm}$, $\theta_0 = 60^\circ$. Las circunferencias delimitan el contorno del cilindro. Las figuras insertadas muestran las partes real e imaginaria de la amplitud del coeficiente (n, l) externo de Mie. Estas etiquetas n y l están intercambiadas respecto al capítulo 1 y apéndice A.

4.3.2 Distribuciones en campo cercano

Nanopartículas dieléctricas

A continuación, presentamos simulaciones con cilindros de un semiconductor (silicio), cuyas permitividades dieléctricas exhiben una parte imaginaria pequeña y una parte real alta y no negativa. Así, se observan altas amplificaciones en la intensidad de campo cercano para partículas muy pequeñas.

La Fig. 4.3 muestra la distribución espacial de intensidad en campo cercano ($|H/H_0|^2$, donde H_0 es el campo magnético incidente) para un cilindro de silicio de radio $a = 60 \text{ nm}$ sobre el plano dieléctrico a distancia $d = 5 \text{ nm}$, para polarización P y a las longitudes de onda resonantes (cf. Fig. 4.1(c)): $\lambda = 471 \text{ nm}$ [$n = 4.485 + i0.101$], Figs. 4.3(a) y 4.3(c), y $\lambda = 638 \text{ nm}$ [$n = 3.872 + i0.018$], Figs. 4.3(b) y 4.3(d). The HWHM en los cálculos es $W = 4000$

nm. Se observan grandes concentraciones de campo para polarización *P*. Sin embargo, para polarización *S*, la distribución de campo se esparce fuera del cilindro sin amplificarse grandemente en el interior (como veremos en figuras posteriores). Este comportamiento de la distribución de campo cercano se mantiene para las dos longitudes de onda: la polarización *P* concentra casi todo el campo incidente en el interior del cilindro, dando lugar a modos bajos. La excitación con onda evanescente incidente (creada bajo RTI), sin embargo, cambia esta distribución debido al acoplamiento con la onda superficial refractada bajo RTI; es decir, rota la distribución de intensidad en campo cercano 90° y la desplaza ligeramente hacia la superficie. Nótese que los valores más bajos de esta intensidad son debidos al decaimiento de la onda evanescente en el cilindro. Al mismo tiempo, la excitación con onda evanescente es más efectiva para concentración de campo, porque el radio de intensidades entre la de la onda dispersada y la incidente a lo largo del plano $z = d + a$ es mayor en este caso. Para tamaños de cilindros tan pequeños, el efecto del scattering múltiple entre la superficie plana y el cilindro no es grande. Este efecto generalmente ensancha, amortigua y corre ligeramente las formas de línea de las resonancias, como ya se ha comentado.

La Fig. 4.4 muestra los cálculos para un cilindro mayor (radio $a = 200 \text{ nm}$) a distancia $d = 15 \text{ nm}$ desde la superficie. De nuevo $W = 4000 \text{ nm}$ a la longitud de onda resonante $\lambda = 760 \text{ nm}$ y $\theta_0 = 0^\circ$ (Fig. 4.4(a)), y $\lambda = 761 \text{ nm}$, y $\theta_0 = 60^\circ$ (Fig. 4.4(b)) (cf. Fig. 4.1(d)); $n = 3.728 + i0.009$. Esta resonancia está corrida 1 nm por la presencia de la superficie para excitación con onda plana (es decir, de 759 nm a 760 nm) y 2 nm para excitación con onda evanescente (de 759 nm a 761 nm). La distribución correspondiente de intensidad en campo cercano cae $\sim 60\%$ para onda plana incidente y $\sim 44\%$ para onda evanescente incidente, con respecto al caso de cilindro aislado (es decir, sin presencia de superficie). Este cilindro de $a = 200 \text{ nm}$ presenta una amplificación mayor que en la situación previa ($a = 60 \text{ nm}$). En el caso de excitación con onda plana (Fig. 4.4(a)) vemos una estructura de lóbulos formada por una onda estacionaria, debida a un fenómeno de interferencia de dos ondas evanescentes que circunnavegan la superficie del cilindro en sentidos opuestos, de abajo a arriba. En caso de excitación con onda evanescente (incidencia RTI), sólo se permite un sentido de propagación para las ondas de superficie dando lugar, Fig. 4.4(b), a una estructura de anillo con un ligero patrón de lóbulos de contraste menor que cuando hay superficie presente. Esto indica que la conversión de ondas evanescentes en el plano a propagantes, por medio del scattering múltiple, realza la interferencia (véase la figura insertada en la Fig. 4.4(a)). Creemos que para tamaños mayores, como los mostrados en las Refs. [Owen 81b, Chylek 85], este efecto será más notable. De nuevo, la estructura de lóbulos formada bajo iluminación RTI (Fig. 4.4(b)) está rotada con respecto a la de incidencia con onda plana (Fig. 4.4(a)). Este patrón de lóbulos está relacionado con la estructura de múltiples picos cerca de la superficie, mostrada en publicaciones anteriores (cf. Ref. [Owen 81b]), con decaimiento exponencial fuera de cilindros grandes, y puede atribuirse también a modos resonantes asociados con ondas que viajan en el interior del cilindro, y tienen reflexiones internas en el contorno. Es interesante ver cómo estos modos se concentran en el interior del volumen de estas partículas tan pequeñas conforme a decrece, en contraste con las distribuciones periféricas para partículas mayores, como se ve en la Ref. [Owen 81b].

En estas referencias, se etiquetan las resonancias con dos números, tal y como describimos en el capítulo 1 y apéndice A. Sin embargo, los nombres n y l están intercambiados con respecto a dicho capítulo y apéndice, ya que la convención inversa está más extendida en la bibliografía existente. Aclarado esto, recordemos que el número de lóbulos, en esta notación, ha de ser $2n$ a lo largo del perímetro. Además, la intensidad promedio del campo integrada

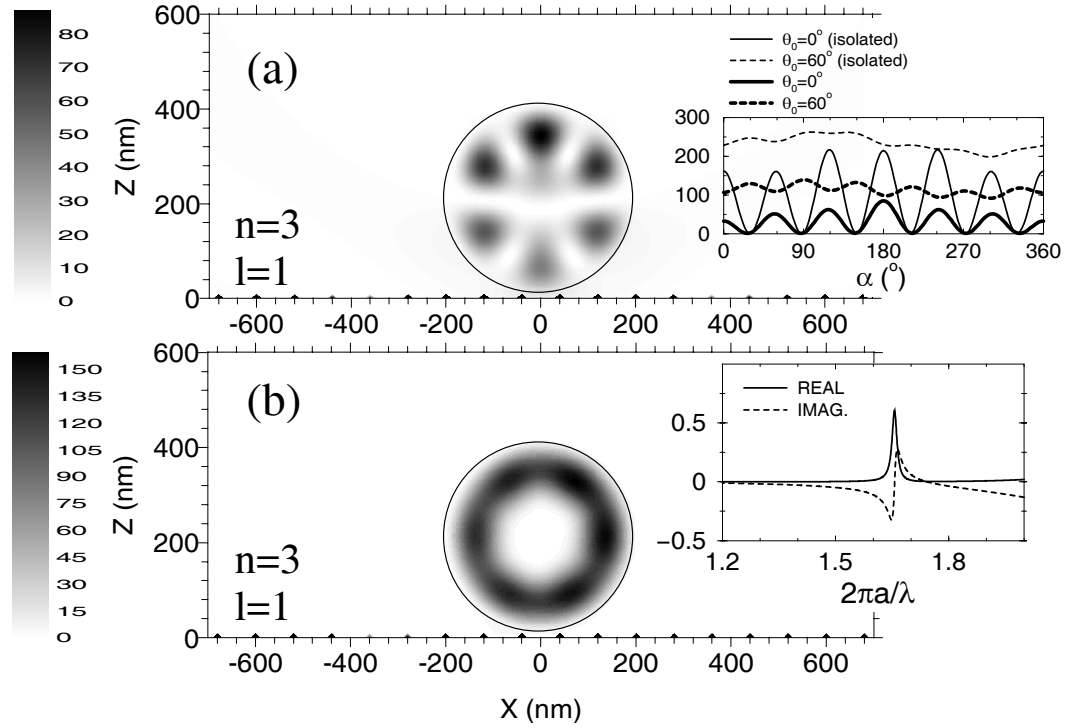


Fig. 4.4: Mismo que en la Fig. 4.3 para un cilindro de radio $a = 200$ nm a $d = 15$ nm. (a) $\lambda = 760$ nm, $\theta_0 = 0^\circ$, (b) $\lambda = 761$ nm, $\theta_0 = 60^\circ$ (RTI). La figura insertada en (a) muestra la intensidad normalizada en campo cercano a lo largo de una circunferencia interna de radio $r = 125$ nm. Las líneas continuas y discontinuas finas corresponden al cilindro aislado excitado con onda plana propagante ($\theta_0 = 0^\circ$) u onda plana evanescente ($\theta_0 = 60^\circ$); las líneas continuas y discontinuas gruesas corresponden al cilindro sobre un plano excitado con un haz gaussiano incidente de $W = 4000$ nm para $\theta_0 = 0^\circ$ o $\theta_0 = 60^\circ$ (RTI). Figura insertada en (b), misma cosa que en Fig. 4.3. Las etiquetas n y l están intercambiadas respecto al capítulo 1 y apéndice A.

en una circunferencia centrada en el eje del cilindro, como función del radio de la partícula, debe exhibir l lóbulos. Hemos identificado, por medio de los correspondientes coeficientes de Mie [Owen 81b], que $n = 3$ y $l = 1$ para la resonancia correspondiente a la Fig. 4.3. En las Figs. 4.3(a) y 4.3(c) $n = 1$ y $l = 1$, y para las Figs. 4.3(b) y 4.3(d) $n = 0$ y $l = 1$. Las figuras insertadas en Figs. 4.3(c), 4.3(d), y 4.4(b) muestran las amplitudes de los coeficientes externos de Mie para estas resonancias (véase el capítulo 1 y apéndice A).

Como comparación, la Fig. 4.4 muestra las distribuciones de campo cercano $|E/E_0|^2$ (E_0 es el campo eléctrico incidente) con onda plana incidente, para una esfera aislada de radio $a = 60$ nm, Fig. 4.5(a), y $a = 200$ nm, Fig. 4.5(b). Estas distribuciones están dibujadas en un plano que contiene el ecuador de la esfera, paralelo al vector de onda incidente y perpendicular al vector eléctrico incidente. Encontramos que las distribuciones de resonancias de Mie para una esfera son similares a las mostradas para un cilindro en las Figs. 4.3 y 4.4, localizadas ahora en las longitudes de onda $\lambda = 521$ nm con $n = 4.195 + i0.058$, y $\lambda = 817$ nm con $n = 3.677 + i0.005$ (cf. Fig. 4.1(a)). Sin embargo, estas intensidades son menores que para el caso de polarización P en un cilindro aislado, porque ahora la esfera

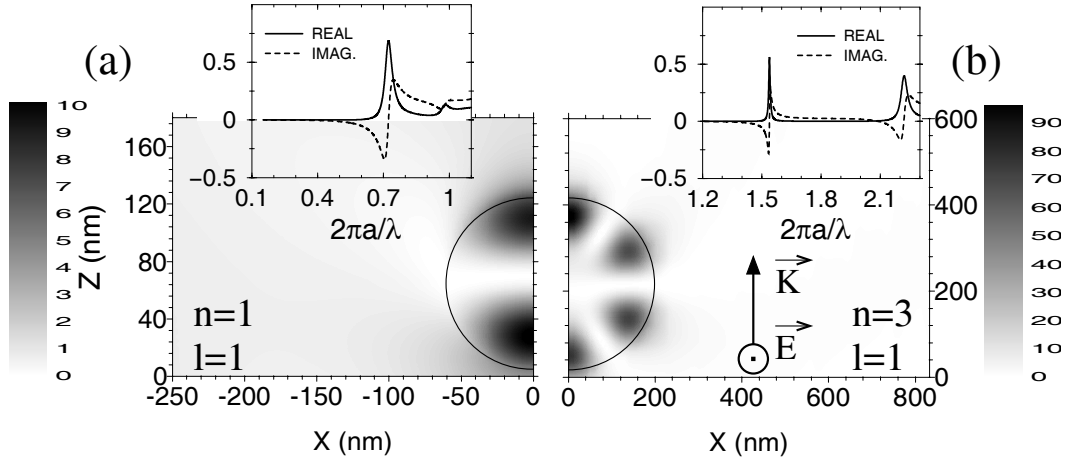


Fig. 4.5: Mapas de intensidad $|E/E_0|^2$ para una esfera aislada iluminada con una onda plana propagante, como se muestra en el dibujo de (b). (a) $a = 60 \text{ nm}$, $d = 5 \text{ nm}$, $\lambda = 521 \text{ nm}$, (b) $a = 200 \text{ nm}$, $d = 15 \text{ nm}$, $\lambda = 817 \text{ nm}$. Las figuras insertadas muestran lo mismo que en la Fig. 4.3 para la amplitud del coeficiente externo de Mie en el modo TE . Las etiquetas n y l están intercambiadas respecto al capítulo 1 y apéndice A.

produce ondas dispersadas en polarización P y S , y la amplitud de la segunda se esparce fuera de la partícula, como se explicó anteriormente. Los modos identificados [Chylek 85] son TE con $n = 1$ y $l = 1$ para $a = 60 \text{ nm}$ y con $n = 3$ y $l = 1$ para $a = 200 \text{ nm}$. El segundo es similar a los modos de galería susurrante estudiados en partículas mayores (cf. Refs. [Collot 93, Knight 95, Weiss 95, Griffel 96]). Es importante remarcar, sin embargo, que un estudio de las distribuciones de campo lejano no ha mostrado ningún ángulo privilegiado de scattering por efecto de amplificación de la intensidad, en contraste con los efectos de Gloria en retrorreflexión que parecen estar asociados con ciertas resonancias de Mie en partículas mayores [Bryant 66, Marston 82] (véase el capítulo 1).

Veamos ahora algunos ejemplos de distribuciones de intensidad en campo cercano para polarización S . La Fig. 4.6 muestra la distribución de intensidad $|E/E_0|^2$ para onda S resonante a $\lambda = 919 \text{ nm}$ [índice $n = 3.670 + i0.005$]. En las Figs. 4.6(a) y 4.6(c) dibujamos los resultados para el caso en el que la partícula está aislada y la onda incidente es plana, propagante o evanescente, respectivamente. Las Figs. 4.6(b) y 4.6(d) muestran la distribución de campo en presencia de la superficie, es decir, teniendo en cuenta los efectos del scattering múltiple por la interfaz plana. La onda incidente es un haz gaussiano de $W = 4000 \text{ nm}$, a $\theta_0 = 0^\circ$ y a $\theta_0 = 60^\circ$. La distancia es $d = 15 \text{ nm}$. Como se observa, la distribución de campo está preferentemente concentrada en el interior del cilindro. Para iluminación con onda plana propagante, la estructura de lóbulos se explica como anteriormente se dijo en el caso de onda P : hay una interferencia entre ondas superficiales que se propagan en sentidos contrarios (de abajo a arriba) que da lugar a la estructura de lóbulos. El amortiguamiento de la intensidad, conforme nos acercamos desde el interior de la partícula al contorno, se ve afectado por el efecto del scattering múltiple entre la partícula y la superficie. En el caso de onda plana propagante, este efecto reduce el contraste (cf. Figs. 4.6(a) y 4.6(b) y la figura insertada en la Fig. 4.6(c)). El patrón de las Figs. 4.6(c) y 4.6(d), correspondiente a iluminación con onda plana evanescente para el cilindro tanto aislado como en presencia del plano, se debe a la conversión de ondas evanescentes en el plano a ondas superficiales en

la partícula. Esto se ve en la figura insertada de Fig. 4.6(c), que muestra el campo $|E/E_0|^2$ a lo largo de una línea concéntrica en el interior del cilindro aislado (línea de trazo fino) y sobre el plano (línea de trazo grueso). Las líneas continuas corresponden a onda plana propagante a $\theta_0 = 0^\circ$, y las líneas discontinuas muestran los resultados para iluminación con onda plana evanescente a $\theta_0 = 60^\circ$. El resto de parámetros son los mismos que antes. Obsérvese que este mismo fenómeno se ha observado para la polarización P en la Fig. 4.4. El patrón de lóbulos tiene una intensidad mayor cuando el objeto está aislado. La onda incidente plana propagante también contribuye a la amplificación de la intensidad. De esta manera podemos afirmar que cuanto más propagante es la onda incidente, mayor es la intensidad de los modos resonantes, debido al efecto interferencial de las ondas superficiales en la partícula. Hemos identificado esta resonancia de la Fig. 4.6 con los números $n = 3$, $l = 1$, ya que $2\pi a/\lambda = 1.37$ para $\lambda = 919 \text{ nm}$. La amplitud del correspondiente coeficiente de Mie se muestra como figura insertada en la Fig. 4.6(d). Las partes real e imaginaria de este coeficiente tienen el salto característico a la longitud de onda resonante (véase §1.5.2).

La Fig. 4.7 muestra las distribuciones de intensidad para polarización S (Figs. 4.7(a), $\theta_0 = 0^\circ$, y 4.7(c), $\theta_0 = 60^\circ$, $|E/E_0|^2$), y polarización P (Figs. 4.7(b), $\theta_0 = 0^\circ$, y 4.7(d), $\theta_0 = 60^\circ$, $|H/H_0|^2$). Se ha tenido en cuenta el scattering múltiple debido a la presencia de la interfaz plana. El campo incidente es ahora un haz gaussiano de $W = 4000 \text{ nm}$ y $d = 15 \text{ nm}$. Se excita una resonancia pequeña, y la onda evanescente no la amplifica demasiado respecto al caso de onda plana (véase la Fig. 4.1). Las diferencias características entre el scattering de onda P y S en campo cercano son mostradas aquí: la amplificación del campo es siempre mayor bajo incidencia con onda P , y el campo cercano está concentrado en el interior del cilindro. Para incidencia con onda S , la energía se esparce afuera, aunque la mayor amplificación se da de nuevo en el interior del objeto. La distribución en el interior de la partícula para ambas polarizaciones en RTI queda rotada aproximadamente 90° respecto al caso de iluminación con onda plana propagante. Esta rotación está gobernada por la dirección principal de propagación después de la refracción en la interfase. Para incidencia a $\theta_0 = 0^\circ$ esta dirección es perpendicular a la interfaz, mientras que para incidencia con onda evanescente es paralela a dicha superficie. Para estas resonancias encontramos que los índices radial y angular del coeficiente de Mie son $n = 2$, $l = 2$ (Figs. 4.7(a) y 4.7(c)) y $n = 1$, $l = 2$ (Figs. 4.7(b) y 4.7(d)), ya que $2\pi a/\lambda = 1.82$ para esta longitud de onda. La variación con λ correspondiente a este coeficiente de Mie se muestra en las figuras insertadas en Figs. 4.7(c) y 4.7(d), con el salto característico en la resonancia.

Para polarización S la distribución en el interior del objeto muestra focalización de luz para la excitación con onda propagante tanto en la parte superior del cilindro como en el lado de la denominada *sombra*. Este efecto ha sido observado para partículas grandes [Owen 81b, Chylek 85, Benincasa 87]. Para excitación con onda evanescente, sin embargo, este efecto de focalización no es tan apreciable, y está localizado en el lado opuesto de la zona de incidencia con onda evanescente, y más bien cerca de la parte superior de la partícula. Como es de esperar [Benincasa 87], el máximo en la focalización está cerca de la superficie del cilindro, debido a la gran parte real del índice de refracción del silicio. Al mismo tiempo, este objeto es bastante reflectante y forma una concentración de intensidad en la parte inferior de la partícula para onda incidente plana propagante. Para onda incidente plana evanescente, esto se encuentra en la posición diametralmente opuesta a la mencionada zona del efecto de focalización. En incidencia con onda evanescente, se forma además un patrón de interferencia en la zona lateral externa a la partícula donde tiene lugar esta incidencia. Este efecto es más notable para partículas metálicas, por lo que hablaremos de él más adelante. Para polarización P , en estas partículas de silicio, todos estos efectos se encuentran oscurecidos por la presencia de las altas concentraciones de campo en el interior, según hemos estudiado.

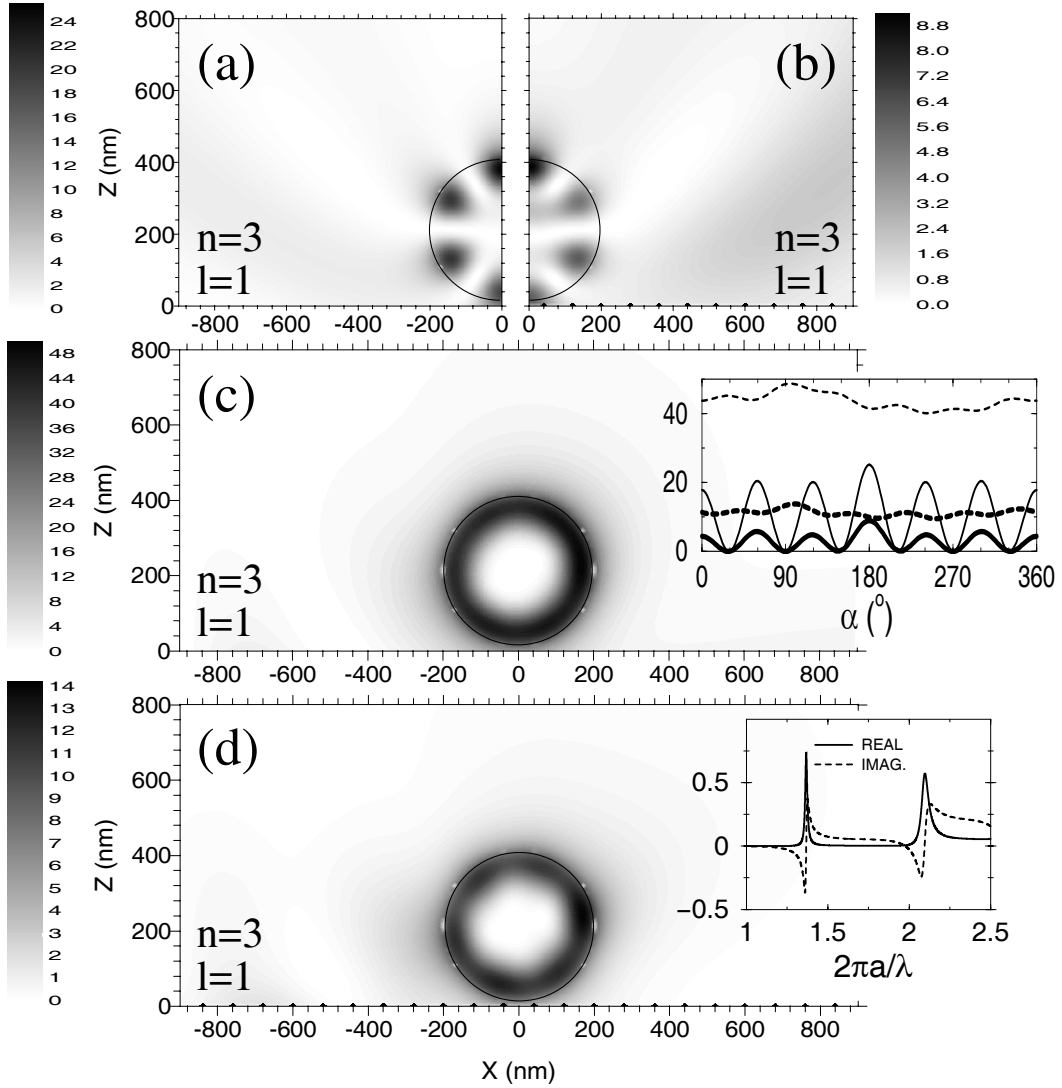


Fig. 4.6: $|E/E_0|^2$, polarización S , para un cilindro de $a = 200 \text{ nm}$ y $\lambda = 919 \text{ nm}$. (a) Objeto aislado iluminado por una onda plana propagante a $\theta_0 = 0^\circ$; (b) objeto sobre un plano dieléctrico a $d = 15 \text{ nm}$ iluminado por un haz gaussiano ($W = 4000 \text{ nm}$) a $\theta_0 = 0^\circ$; (c) objeto aislado iluminado por una onda plana evanescente a $\theta_0 = 60^\circ$ ($d = 15 \text{ nm}$); (d) objeto sobre un plano a $d = 15 \text{ nm}$ iluminado por un haz gaussiano ($W = 4000 \text{ nm}$) a $\theta_0 = 60^\circ$. Las circunferencias delimitan el contorno del cilindro. Figura insertada en (c): intensidad normalizada en campo cercano a lo largo de una circunferencia concéntrica interior al cilindro de radio $r = 165 \text{ nm}$: líneas finas continua y discontinua, cilindro aislado excitado por una onda plana propagante ($\theta_0 = 0^\circ$) y una onda plana evanescente ($\theta_0 = 60^\circ$), respectivamente. Líneas gruesas continua y discontinua, cilindro sobre un plano excitado por un haz gaussiano incidente de $W = 4000 \text{ nm}$ a $\theta_0 = 0^\circ$ y $\theta_0 = 60^\circ$, respectivamente. Figura insertada en (d): partes real (línea continua) e imaginaria (línea discontinua) de la amplitud del coeficiente (n, l) externo de Mie. Estas etiquetas n y l están intercambiadas respecto al capítulo 1 y apéndice A.

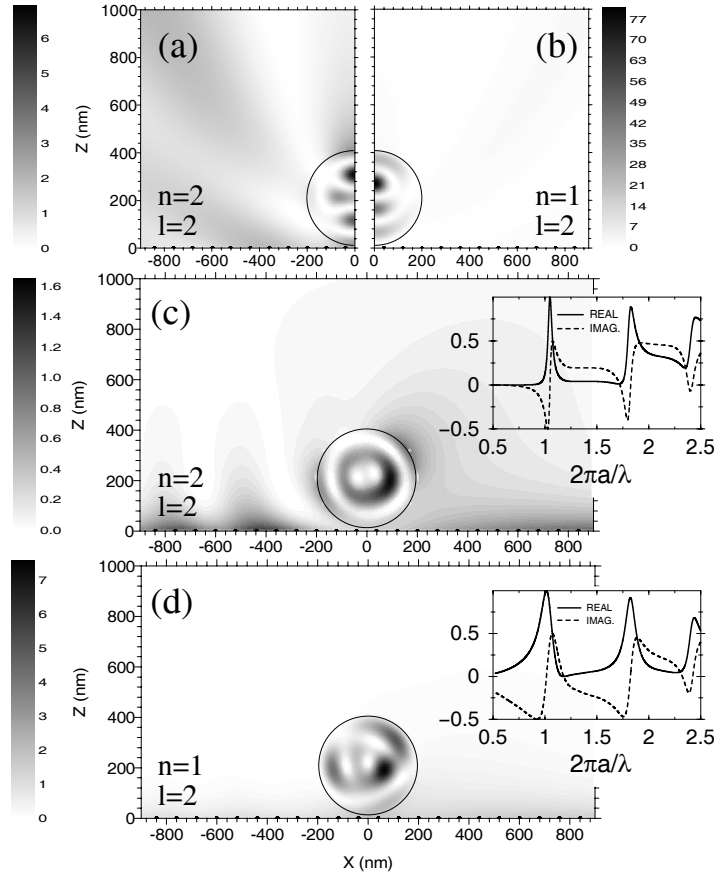


Fig. 4.7: (a), (c) $|E/E_0|^2$, polarización S ; (b), (d) $|H/H_0|^2$, polarización P para un cilindro de silicio de $a = 200 \text{ nm}$ en un plano a $d = 15 \text{ nm}$, $W = 4000 \text{ nm}$, y $\lambda = 690 \text{ nm}$. (a) y (b) $\theta_0 = 0^\circ$; (c) y (d) $\theta_0 = 60^\circ$. Las circunferencias delimitan el contorno del cilindro. Figuras insertadas: partes real (línea continua) e imaginaria (línea discontinua) de la amplitud del coeficiente (n, l) externo de Mie. Estas etiquetas n y l están intercambiadas respecto al capítulo 1 y apéndice A.

Nanocilindros metálicos

A continuación estudiamos las distribuciones de intensidad en campo cercano en resonancia y fuera de resonancia para cilindros metálicos. Para empezar, hemos simulado cilindros de plata, de tamaño pequeño comparado con la longitud de onda. Como se dijo al principio, el cálculo es exacto por lo que se tienen en cuenta los efectos de retardo, así como la interacción con la interfaz plana. Se ha escogido plata por su gran capacidad para exhibir resonancias de plasmón, en comparación con otros metales nobles como oro o cobre. La Fig. 4.8 muestra la intensidad de campo cercano $|H/H_0|^2$ para polarización P tanto a $\theta_0 = 0^\circ$ (Figs. 4.8(a) y 4.8(b)) como a $\theta_0 = 60^\circ$ (Figs. 4.8(c) y 4.8(d)), que corresponde a incidencia bajo RTI. El cilindro tiene radio $a = 30 \text{ nm}$, las Figs. 4.8(a) y 4.8(c) corresponden a un caso fuera de resonancia (longitud de onda incidente $\lambda = 317 \text{ nm}$, índice de refracción $n = 0.978 + i0.509$) y Figs. 4.8(b) y 4.8(d) al caso resonante (longitud de onda incidente

$\lambda = 346 \text{ nm}$, índice de refracción $n = 0.234 + i1.275$). La distancia desde el plano al borde inferior del cilindro está fijada en $d = 5 \text{ nm}$, y $W = 4000 \text{ nm}$. En la segunda figura a $\theta_0 = 0^\circ$ se observa una amplificación de la intensidad casi cuatro veces mayor que fuera de resonancia en excitación con onda plana (Fig. 4.8(b)). Tal amplificación se localiza solamente en el espacio entre el cilindro y la superficie dieléctrica y muestra que la distribución de campo está más concentrada que fuera de resonancia. En el caso de excitación con onda evanescente, se observa que la amplificación en resonancia es menor (Fig. 4.8(d)), pero tiene una concentración de campo mayor bajo el cilindro que fuera de resonancia (Fig. 4.8(c)), donde el máximo de intensidad se esparce a lo largo de la superficie dieléctrica. Hay que notar también que la concentración de campo que se exhibe por estar la partícula en resonancia (Fig. 4.8(d)), contrasta con la distribución de campo transmitida fuera de resonancia (Fig. 4.8(c)) correspondiente, principalmente, a la onda evanescente superficial creada bajo RTI.

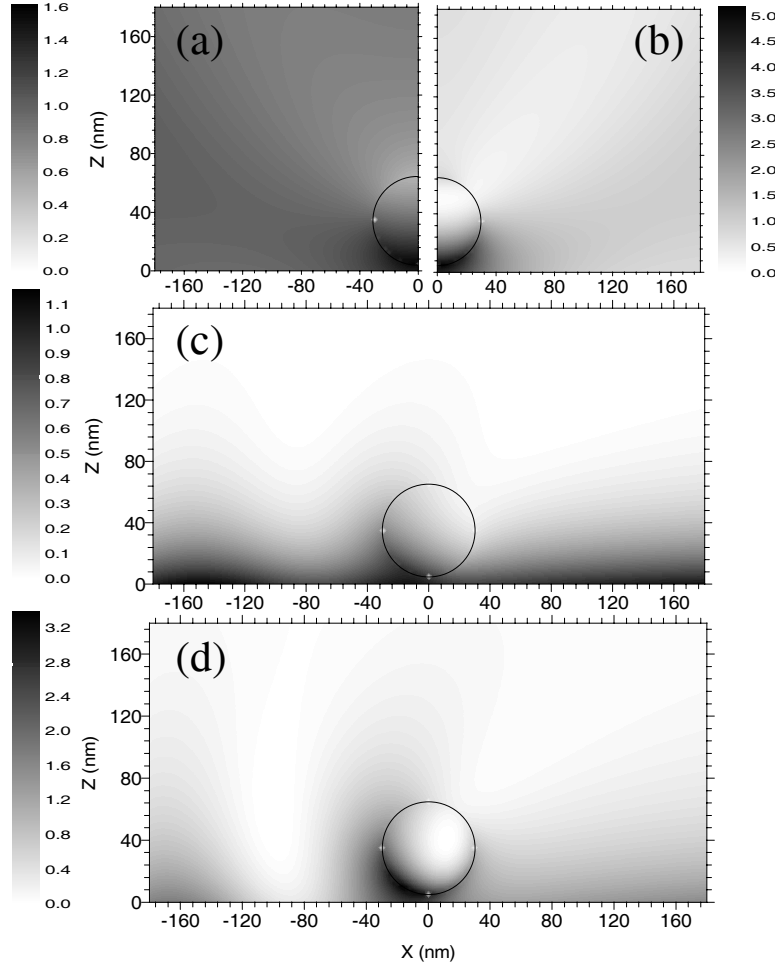


Fig. 4.8: $|H/H_0|^2$, polarización P , para un cilindro de plata de $a = 30 \text{ nm}$ sobre un plano dieléctrico a $d = 5 \text{ nm}$ y $W = 4000 \text{ nm}$. (a) $\lambda = 317 \text{ nm}$, $\theta_0 = 0^\circ$; (b) $\lambda = 346 \text{ nm}$, $\theta_0 = 0^\circ$; (c) $\lambda = 317 \text{ nm}$, $\theta_0 = 60^\circ$; (d) $\lambda = 346 \text{ nm}$, $\theta_0 = 60^\circ$. Las circunferencias delimitan el contorno del cilindro.

No es posible crear resonancias de plasmón en una geometría $2D$ usando polarización S [Raether 88]. Las distribuciones de campo (no mostradas aquí) son similares a las de fuera de resonancia vistas para polarización P .

Un comportamiento característico, común para todos los casos estudiados, es el patrón de oscilaciones en la intensidad que aparece para incidencia con onda evanescente en el lado del objeto por donde se produce la incidencia. Esta interferencia se produce entre la onda incidente y la reflejada en la partícula. Este comportamiento no se observa para partículas dieléctricas pequeñas, como las de la Fig. 4.3. En ese caso, la concentración de campo en el interior de la partícula en resonancia es tan alta que evita la observación de estas oscilaciones espaciales en la intensidad. En conexión con esto hay que notar aquí que la Ref. [Krenn 99] muestra dos manchas brillantes justo por encima de la partícula metálica. En esa referencia, se observaron franjas brillantes secundarias de intensidad en un plano paralelo a la interfaz plana. Estas franjas brillantes son debidas al mismo fenómeno de interferencia discutido aquí. Aunque no demostramos esto por brevedad, hemos observado que conforme se aumenta la longitud de onda incidente, la frecuencia de las franjas brillantes decrece, como es de esperar. Además, la onda puede entonces penetrar más profundamente en el interior del objeto, y el campo externo es espacialmente más homogéneo. Este efecto es debido a que los objetos son pequeños comparados con esta longitud de onda más larga.

Es importante también afirmar que este cálculo revela que para cilindros tan pequeños, la interacción con el plano no es suficientemente fuerte como para modificar sustancialmente los efectos que son observados cuando la partícula está aislada. Por lo tanto, concluimos que sólo la resonancia del plasmón contribuye a la amplificación. La Fig. 4.9 muestra las distribuciones de intensidad en campo cercano normalizadas $|H/H_0|^2$ para cilindros mayores, de radio $a = 200 \text{ nm}$. De nuevo consideramos el scattering múltiple de la luz con la interfaz plana y polarización P . Las Figs. 4.9(a) y 4.9(c) muestran un caso fuera de resonancia, tanto a $\theta_0 = 0^\circ$ como a $\theta_0 = 60^\circ$, respectivamente (longitud de onda incidente $\lambda = 317 \text{ nm}$, índice de refracción $n = 0.978 + i0.509$). La distancia del plano al borde inferior del cilindro es $d = 15 \text{ nm}$ y $W = 4000 \text{ nm}$. Ahora el campo no puede penetrar profundamente en el interior del cilindro, y por lo tanto la intensidad se concentra primariamente en la superficie del cilindro, y principalmente cerca de la interfaz. Fuera de resonancia, el máximo de intensidad es similar al obtenido previamente para tamaños menores. Sin embargo, la distribución espacial de intensidad es más inhomogénea, ya que ahora la partícula es lo suficientemente grande como para dispersar ampliamente y distorsionar el campo; de esta manera, los órdenes multipolares superiores del campo electromagnético juegan un papel más relevante.

Cualitativamente, estas características descritas más arriba para tamaños menores son magnificados en este caso de partícula más grande. El contraste de sombra a ambos lados de la partícula para onda plana incidente es mayor. En caso de excitación resonante (longitud de onda $\lambda = 366 \text{ nm}$, índice $n = 0.186 + i1.621$), Figs. 4.9(b) y 4.9(d)), hay una amplificación de la intensidad muy cerca de la superficie de la partícula, como era de esperar, debido al plasmón viajando a lo largo de la superficie de la partícula. Las franjas de difracción fuera de la partícula en excitación con onda plana tienen un contraste alto (Fig. 4.9(b)), mientras que para excitación con onda evanescente la partícula se traga el campo y lo concentra en la parte inferior de su superficie (Fig. 4.9(d); comparar con el caso fuera de resonancia, que muestra la distribución concentrada en la onda superficial, y que viaja a lo largo de la interfaz plana, Fig. 4.9(c)). Sin embargo, la amplificación es ahora mayor para incidencia con onda evanescente. Esto se puede explicar debido a que se excitan mejor los órdenes multipolares superiores del campo por la contribución de ondas inhomogéneas que realzan la resonancia de plasmón. Se observa también un patrón regular de franjas en el hemisferio superior

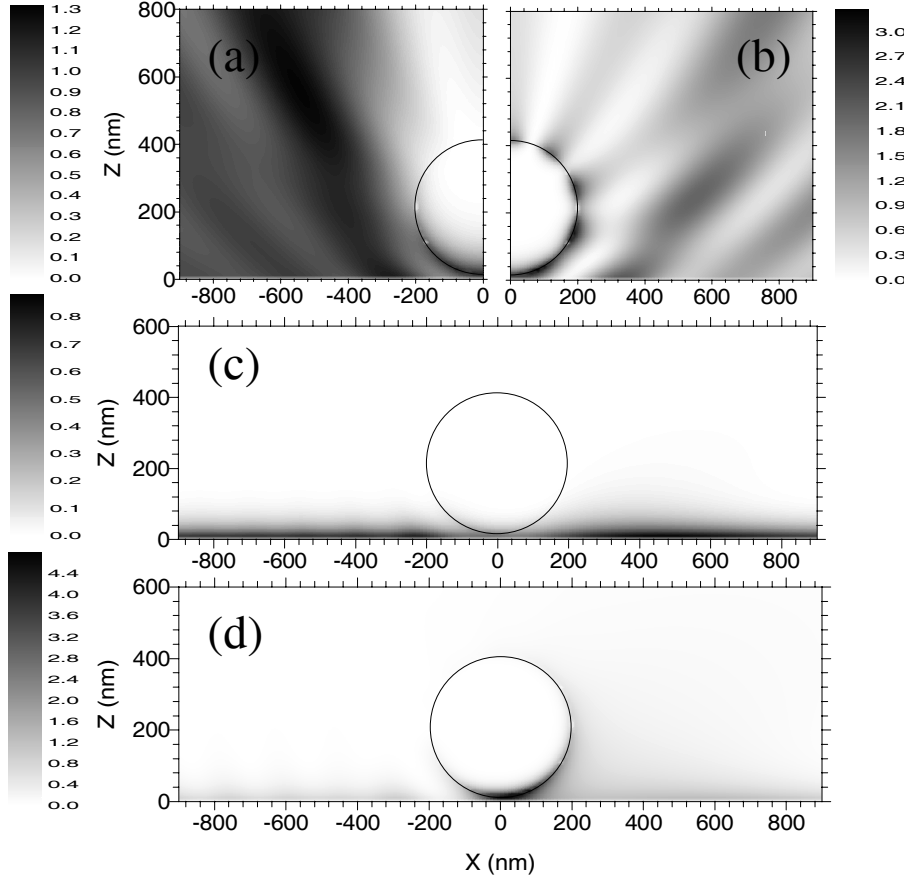


Fig. 4.9: $|H/H_0|^2$, polarización P , para un cilindro de plata de $a = 200$ nm sobre un plano dieléctrico a $d = 15$ nm y $W = 4000$ nm. (a) $\lambda = 317$ nm, $\theta_0 = 0^\circ$; (b) $\lambda = 366$ nm, $\theta_0 = 0^\circ$; (c) $\lambda = 317$ nm, $\theta_0 = 60^\circ$; (d) $\lambda = 366$ nm, $\theta_0 = 60^\circ$. Las circunferencias delimitan el contorno del cilindro.

de la partícula (excitación con onda plana), que es muy similar a la estructura de lóbulos observada para partículas dieléctricas de alto índice con el mismo radio (ver sección anterior). Esto es debido al fenómeno de interferencia entre ondas plasmónicas que viajan en sentidos contrarios sobre la superficie del cilindro, y a un acoplamiento con componentes radiativas del campo. Se radian ondas afuera que dan lugar al patrón de franjas correspondiente.

El scattering múltiple en la interfaz plana produce principalmente la disminución y ensanchamiento del pico de intensidad. El corrimiento hacia el rojo es de unos pocos nanómetros, y es relativamente pequeño en comparación con la anchura de la forma de línea para una interfaz tan transparente. Así, las resonancias tienen una anchura lo suficientemente grande como para oscurecer este efecto de corrimiento hacia el rojo. Una estimación de la caída del pico da un 13% (de 3.7 a 3.2) para el caso de onda plana propagante y de un 32% (de 7.1 a 4.8) para el caso de onda plana evanescente ($a = 200$ nm).

Llegados a este punto es necesario puntualizar algunas diferencias entre las resonancias de plasmón (partículas metálicas) y los modos de galería susurrante (partículas dieléctricas).

Respecto al caso de las resonancias de plasmón, el campo está siempre concentrado muy cerca de la superficie, y las mayores amplificaciones se encuentran en el exterior. La onda superficial sufre amortiguamiento, debido a la absorción del metal, y así el contraste de las franjas de interferencia es menor comparado con el caso de modos de galería susurrante en partículas dieléctricas. Respecto a estos modos de galería susurrante para partículas de alta permitividad dieléctrica, por el contrario, el campo no está tan concentrado sobre la superficie, y las mayores amplificaciones y concentración se encuentran en el interior del objeto. Además, para este segundo caso, la amplificación es mayor. El lado del objeto enfrenteado con la onda incidente muestra la amplificación más alta para la resonancia de plasmón. Para partículas dieléctricas, esta amplificación más alta se encuentra en el lado opuesto. El amortiguamiento longitudinal de la onda evanescente sobre la partícula metálica es más grande que en el caso dieléctrico, porque para este primer caso la absorción es más importante. Esto permite que la onda evanescente superficial en la partícula dieléctrica pueda viajar distancias más largas. Al mismo tiempo, el efecto de focalización para esta clase de partículas ayuda a localizar la amplificación más alta en la mencionada zona opuesta del lado por donde incide la onda en la partícula.

4.4 Conclusiones

Hemos presentado un estudio detallado de la excitación de modos propios electromagnéticos en partículas dieléctricas y metálicas sobre una superficie plana. Se ha tenido en cuenta el scattering múltiple entre la partícula y la superficie. Hemos analizado los efectos de esta interacción en las distribuciones de intensidad en campo lejano y cercano. La incidencia tiene lugar desde el medio dieléctrico, normalmente a la superficie o bajo reflexión total interna, creando, de esta manera, una onda evanescente transmitida que circula sobre la interfaz plana, y excita los modos propios de la partícula.

El la región de campo lejano, la eficiencia de scattering muestra picos afilados asociados con la excitación de modos de galería susurrante (en partículas dieléctricas) o resonancias de plasmón (en partículas metálicas), que son amplificadas cuando se incide con onda evanescente. A ángulos discretos de scattering, bien separados de la dirección hacia delante, la intensidad dispersada sigue el comportamiento de la eficiencia de scattering. Cuando se tiene en cuenta la interacción múltiple con la interfaz, la forma de línea debida a la onda plana evanescente se queda por debajo de la forma de línea de la onda plana propagante. Este efecto es más notable conforme el tamaño del objeto aumenta.

En el campo cercano se observa la estructura de ambas clases de resonancias: obtenemos que para las resonancias de partículas dieléctricas, los máximos de intensidad de los modos resonantes de Mie quedan en el interior de la partícula. Sin embargo, para las partículas metálicas, las resonancias de plasmón conducen a una estructura de modos del campo que queda muy cerca de la superficie de la partícula pero con los máximos de intensidad en el exterior. Este patrón rota con el ángulo de incidencia de la onda excitadora. Se ha de tener un cuidado especial con la polarización de las partículas dieléctricas: la incidencia con polarización P muestra una concentración mayor en el interior de la partícula con máximos de intensidad mayores que para polarización S . Se crea un patrón de interferencia en la superficie de la partícula para ambas clases de resonancias cuando la incidencia es una onda plana propagante. La interacción con la interfaz plana rompe ligeramente la estructura de modos y disminuye la intensidad de los picos en ambos casos. La incidencia con una onda evanescente suaviza el contraste del patrón de modos en las partículas dieléctricas y concentra la intensidad en el lado inferior de la partícula en los casos metálicos, debido a que

la absorción es mayor en este segundo caso. Se observa, también, un patrón de interferencia entre la onda evanescente incidente y la onda reflejada, en el lado exterior por el que incide esta onda evanescente.

Parte III

FUERZAS ÓPTICAS

CONTEXTO GENERAL

*La corta experiencia que se tiene
en tratar de medir estas fuerzas
es suficiente para hacernos ver su
extrema insignificancia -
insignificancia que se apetece
demasiado lejana de cualquier
asunto terrenal.*

– J. H. Poynting, 1905

Antecedentes y actualidad

Es sabido de física y desde la temprana historia de la óptica que la luz posee momento lineal y angular, y que por lo tanto, puede ejercer presión de radiación y momentos sobre objetos físicos. Aunque, como se indica en la cita de Poynting, no se le ha considerado tener la magnitud suficiente para afectar a los usos prácticos hasta hace unos años. El interés del que gozan estas interacciones desde la última década para física, química y biología, que ni siquiera llegó a existir con el advenimiento del láser, ha conseguido dejar esta cita obsoleta. Las siguientes páginas van destinadas a introducir al lector a los fundamentos de las fuerzas ópticas y resaltar los usos prácticos desarrollados en esta tesis para este incipiente campo.

No mucho después de la invención del láser, Ashkin mostró en 1970 [Ashkin 70] que se puede usar la presión de radiación de haces láser focalizados para afectar de modo ostensible a la dinámica de partículas micrométricas, transparentes y neutras. Este trabajo identificó dos componentes básicas de la presión de radiación: la *fuerza de scattering*, en la dirección del haz de luz incidente, y la *fuerza de gradiente*, en la dirección del gradiente de la intensidad del haz. Así mismo, demostró, con sus experimentos, que usando únicamente estas fuerzas, se podría acelerar, decelerar e incluso atrapar establemente pequeñas partículas neutras en el rango de las micras usando haces focalizados [Chu 98]. La trampa tridimensional tiene un punto de equilibrio estable en el espacio, y cualquier movimiento respecto del mismo se traduce en una fuerza restituyente. Con el paso de los años, se ha conseguido atrapar partículas de muy diversos tipos (incluyendo átomos, moléculas, partículas metálicas [Svoboda 94b, Sasaki 00], macroscópicas [Ashkin 86], e incluso grumos de cientos de éstas de tamaño micrométrico o menor). Esto ha venido parejo con el desarrollo de nuevas trampas y formas de manipulación. También ha sido posible atrapar y manipular células vivas y orgánulos en el interior de células sin llegar a dañarlas.

Los campos para los que estas técnicas muestran un interés revolucionario son, por ejemplo:

- En el scattering de luz, donde han llevado a los estudios de más alta resolución en comprobaciones de la teoría de Mie (ver apéndice A): las primeras observaciones de gran precisión [Ashkin 77] del comportamiento resonante de partículas esféricas, y el uso de estas resonancias en aplicaciones variadas en óptica lineal, no lineal y de láseres. Los mayores factores de calidad Q que se han observado hasta ahora para resonancias ópticas [Lebedev 01], han sido encontrados en las conocidas resonancias de Mie (como se vio en el capítulo 1). En guías de onda [Gómez-Medina 01], física atómica, atrapamiento por láser [Ashkin 78, Cohen-Tannoudji 98, Chu 98, Chu 86a, Chu 85] y técnicas avanzadas de enfriamiento [Prodan 85, Phillips 98, Chu 86b, Dalibard 89]

para conseguir las más bajas temperaturas cinéticas en el universo —para condensados de Bose–Einstein [Stamper-Kurn 98, Inouye 98, Ketterle 99] y más recientemente, láseres de átomos [Balykin 89, Bjorkholm 78, Gallatin 91, Cook 82]—. También se han realizado avances prácticos en relojes atómicos y en la medida de fuerzas gravitacionales [Kasevich 91].

- En biología [Svoboda 94a] y química [Masuhara 94], donde el uso de técnicas láser ha conllevado el atrapamiento y manipulación de células vivas y aisladas, orgánulos en células, moléculas biológicas aisladas [Ashkin 87a, Ashkin 87b, Visscher 93], y la medida de fuerzas mecánicas y propiedades elásticas en células y moléculas [Mehta 99, Pralle 98, Hotta 98]. El uso de *pinzas ópticas* (optical tweezers) ha producido una revolución en la comprensión de la mecánica, generación de fuerzas y cinética, de una amplia variedad de motores moleculares y enzimas mecánicas [Block 90, Block 89, Charon 92, Ashkin 90, Svoboda 93]. Otros estudios realizados son, por ejemplo, los de propiedades elásticas, plegamiento y desplegamiento de ADN [Smith 96, Service 99], titán y otros biopolímeros [Perkins 94], así como la elasticidad de membranas de células completas [Svoboda 92]. Se han controlado finamente, con óptica de rayos, fuerzas tan pequeñas que van desde uno a varios cientos de piconewton [Pralle 99].
- La habilidad de poder manipular pequeñas partículas macroscópicas convierte en únicas a estas pinzas ópticas. Ésta ha sido usada en estudios de coloides para detectar nuevos efectos anómalos, tales como la atracción de partículas coloidales cargadas cerca de muros planos, y además, ha arrojado luz en el entendimiento de la influencia de los efectos de no equilibrio (como los que se dan en hidrodinámica) en fuerzas que aparentemente aparecen entre partículas [Dinsmore 96, Crocker 99, Crocker 96, Crocker 94, Murray 97]. Otro estudio más es, por ejemplo, la prevención anómala de la coalescencia entrópica de grandes partículas en presencia de altas concentraciones de pequeñas partículas [Bar-Ziv 95].

Como se verá, se necesita usar solamente conceptos tan simples como conservación del momento, óptica de rayos y ecuaciones semiclásicas de ritmos de emisión y absorción de radiación por átomos, para comprender las fuerzas básicas y el atrapamiento óptico. De hecho, fue simplemente el uso de estos conceptos, experimentos sencillos y un poco de suerte lo que se necesitó, en primera instancia, para el descubrimiento del atrapamiento de partículas.

Ondas evanescentes y fuerzas ópticas

Las ondas evanescentes son componentes (inhomogéneas) del campo cercano (véase §B.1), tales como los modos de galería susurrante o los plasmones estudiados anteriormente. Estos modos viajan a lo largo de la superficie y decrecen exponencialmente fuera de ella [Born 99b, Nieto-Vesperinas 91, Mandel 95]. Por ejemplo, se dan en forma de ondas laterales [Tamir 72a, Tamir 72b] creadas bajo reflexión total interna (RTI) en interfaces planas, modos de galería susurrante en puntas dieléctricas y partículas [Hill 88, Owen 81b, Benincasa 87, Collot 93, Knight 95, Weiss 95, Nieto-Vesperinas 96] o plasmones [Raether 88] en interfaces corrugadas. La fuerza que estas ondas evanescentes ejercen en partículas cerca de la superficie es de interés por varias razones. En primer lugar, las ondas evanescentes proporcionan alta resolución en la señal del campo dispersado, más allá del límite de resolución de media longitud de onda. Esta es la esencia del microscopio de campo cercano (SNOM: Scanning near field optical microscopy) [Pohl 93, Paesler 96]. Estos campos pueden presentar grandes

concentraciones y realces en regiones de un tamaño inferior a la longitud de onda cerca de puntas, dando lugar a grandes gradientes que producen intensas fuerzas de atrapamiento, y que, de esta forma, pueden posibilitar el manejo de partículas en distancias nanométricas. Al mismo tiempo, la importante contribución de las ondas evanescentes al campo cercano, es la base de la alta resolución de las señales obtenidas con fuerzas; esto es, transduciendo la contribución a la fuerza que estas ondas ejercen en partículas sobre superficies, cuando tales partículas se usan como pruebas. Por otro lado, las ondas evanescentes han sido usadas para controlar la posición de una partícula sobre una superficie, y estimar la interacción (fuerzas coloidales) entre esta partícula y la superficie [Sasaki 97, Clapp 99, Dogariu 00].

La primera observación experimental, demostrando la acción mecánica de una sola onda evanescente (es decir, de la onda lateral producida por RTI) en una interfaz dieléctrica, se hizo con una microesfera (también dieléctrica) sumergida en agua sobre una superficie de zafiro [Kawata 92]. Experimentos ulteriores se hicieron sobre guías de onda [Kawata 96] o sujetando la partícula con un cantiléver de un microscopio de fuerzas atómicas (AFM: atomic force microscopy) [Vilfan 98], con el objeto de estimar la magnitud de esta fuerza.

El scattering de ondas electromagnéticas evanescentes por una esfera dieléctrica ha sido investigado por varios autores usando la teoría de Mie (ver apéndice A) [Chew 79] (proporcionando secciones eficaces de scattering), y [Almaas 95] (proporcionando fuerzas electromagnéticas), así como usando óptica de rayos [Prieve 93, Walz 99]. En particular, en la Ref. [Walz 99] se hizo una comparación con [Almaas 95]. En relación con estos trabajos “abstractos” que consideran una onda evanescente incidente sobre una partícula aislada, hay que decir, con una suave crítica de los mismos, que, como se verá en el próximo capítulo, la aproximación dipolar no puede “teorizar” sobre una onda evanescente, si no hay una superficie presente que la cree, y eso conllevaría la aparición de scattering múltiple partícula-superficie, quedando fuera de la aproximación dipolar.

Todavía no se ha llevado a cabo una evaluación directa entre trabajo teórico y resultados experimentales, probablemente debido a la falta de exactitud en la caracterización y control de las estimaciones experimentales de las fuerzas observadas bajo RTI. De hecho, para tener una idea de la dificultad de dar datos experimentales exactos, se pueden considerar las fluctuaciones en la posición de una partícula en un medio líquido, debidas al movimiento browniano y las microcorrientes de arrastre, así como la obliteración producida por la existencia de fricción y fuerzas de van der Waals entre la partícula y la superficie [Vilfan 98, Almaas 95]. Esto ha llevado hasta ahora a discrepancias entre la teoría y los experimentos.

En las próximas capítulos, mostraremos el efecto de estas fuerzas en partículas; primero, desde el punto de vista de la aproximación dipolar, que tiene un considerable valor a nivel interpretativo para ver la contribución de las fuerzas horizontales y verticales. Mostraremos, después, cómo el scattering múltiple de las ondas entre la superficie y la partícula introduce importantes modificaciones en las mencionadas fuerzas, para partículas grandes y cuando están muy cerca de substratos. Investigaremos, también, el papel de estas fuerzas cuando existe baja rugosidad en el perfil de la superficie. La contribución de las ondas evanescentes creadas bajo RTI será todavía importante, aunque en este caso tenga que compartir sus efectos con las componentes radiativas propagantes, que ejercerán fuerzas de scattering repulsivas. Incluso así, la partícula puede ser usada en estos casos como una prueba rastreadora que transduzca esta fuerza en una operación de microscopía de fuerzas.

*Es la teoría quien decide qué
puede ser observado.*

– Albert Einstein

CAPÍTULO 5

TEORÍA DE FUERZAS ELECTROMAGNÉTICAS

5.1 Introducción

Trataremos, primeramente, el caso del dipolo eléctrico [Nieto-Vesperinas 02, Chaumet 00c]. La necesidad de desarrollar una teoría, que explique el comportamiento de las fuerzas en esta aproximación, es doble. Por un lado, a nivel interpretativo, ya que este modelo permite entender cómo se generan y cual es la naturaleza atractiva o repulsiva de la interacción. Este estudio introduce, asimismo, las componentes *fuerza de scattering* y *fuerza de gradiente* a partir de la conocida *presión de radiación*. Por otro lado, el modelo dipolar es una aproximación que da resultados cualitativos y cuantitativos bastante exactos en multitud de casos prácticos. Las partículas con las que se realizan experimentos son, muchas veces, del orden o menores que la longitud de onda, y los índices de refracción bastante próximos a los del vidrio (es decir, pequeños). La particularización de las ecuaciones obtenidas para ondas evanescentes será bastante interesante, tal y como se argumentó anteriormente.

Las ondas evanescentes no se pueden concebir sin una superficie que las sustente, por lo hay que saber cuándo el scattering múltiple entre la partícula y dicha superficie es relevante, y a su vez, cómo se modifican las fuerzas por efecto de esta interacción partícula–superficie [Arias-González 01a, Chaumet 00b, Chaumet 00c]. Para ello, se han de resolver casos de manera exacta. Apoyados en el *Método de los Dipolos Acoplados* (CDM: Coupled Dipole Method), véase §B.2, estudiaremos estas dos cuestiones. Este procedimiento proporciona los campos de scattering, pero su planteamiento es especialmente útil para extenderlo a la determinación de fuerzas, de manera exacta, usando la aproximación dipolar.

Sin embargo, no siempre pueden combinarse el CDM con la aproximación dipolar para el cálculo de fuerzas. Por eso es necesario introducir un método más general. El *Tensor de Tensiones de Maxwell*, TTM (MST: Maxwell’s stress tensor), es un instrumento exacto para esta tarea [Jackson 75, Stratton 41]. En este capítulo se deduce dicho tensor acudiendo a la teoría clásica de campos (puesto que el electromagnetismo lo es por excelencia). Es una deducción formal, pero permite ver, de un modo natural, que la existencia de dicho tensor

aparece a la par que las conocidas densidades de energía y momento electromagnéticos. Las ecuaciones de conservación de energía y momento, entre objetos materiales y radiación, son obtenidas, de igual manera.

El aumento de la complejidad matemática en la resolución de problemas más generales es ascendente, a lo largo de este capítulo. El tensor de tensiones de Maxwell se convierte, en muchos casos, en una caja negra donde meter los campos encontrados con métodos como el CDM, o los basados en ecuaciones integrales (ver §B.3), para obtener las fuerzas. A su vez, estos métodos de cálculo de campos, son también formas poco intuitivas de resolver geometrías de scattering. Es por eso que el análisis y comparación de los resultados con aproximaciones orientativas (como la dipolar) y experimentos se apetecen fundamentales.

5.2 Fuerza sobre una partícula pequeña. La aproximación dipolar

Las partículas pequeñas y polarizables, es decir, aquellas con radio $a \ll \lambda$, experimentan, en presencia de un campo electromagnético, la fuerza de Lorentz [Gordon 73]:

$$\mathbf{F} = (\vec{\varphi} \cdot \nabla) \vec{\mathcal{E}} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{\varphi}}{\partial t} \times \vec{\mathcal{B}}. \quad (5.1)$$

En la ecuación (5.1) $\vec{\varphi}$ es el momento dipolar inducido y $\vec{\mathcal{E}}, \vec{\mathcal{B}}$ son los vectores eléctrico y magnético, respectivamente.

A frecuencias ópticas, usadas en la mayoría de los experimentos, el promedio temporal de la fuerza electromagnética es la magnitud observada. Sea el campo electromagnético harmónico, es decir $\vec{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t) = \Re\{\mathbf{E}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)\}$, $\vec{\mathcal{B}}(\mathbf{r}, t) = \Re\{\mathbf{B}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)\}$, $\vec{\varphi}(\mathbf{r}, t) = \Re\{\mathbf{p}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)\}$; $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ y $\mathbf{p}(\mathbf{r})$ son, en este formalismo, funciones complejas de la posición y el espacio, y \Re denota la parte real. Así, la fuerza de Lorentz promediada en el tiempo en un intervalo T largo (en comparación con $2\pi/\omega$) [Born 99c] es:

$$\langle \mathbf{F}(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{4T} \int_{-T/2}^{T/2} dt \left[(\mathbf{p} + \mathbf{p}^*) \cdot \nabla (\mathbf{E} + \mathbf{E}^*) + \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{p}^*}{\partial t} \right) \times (\mathbf{B} + \mathbf{B}^*) \right], \quad (5.2)$$

donde $*$ representa el complejo conjugado. Sustituyendo en la Ec. (5.2) \mathbf{E} , \mathbf{B} , y \mathbf{p} por sus expresiones harmónicas dadas anteriormente, y realizando la integral, se obtiene para la componente cartesiana i -ésima de la fuerza:

$$\langle F_i(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{2} \Re \left\{ p_j \frac{\partial E_i^*(\mathbf{r})}{\partial x_j} + \frac{1}{c} \epsilon_{ijk} \frac{\partial p_j}{\partial t} B_k^* \right\}. \quad (5.3)$$

En la Ec. (5.3) $i = 1, 2, 3$, ϵ_{ijk} es el tensor completamente antisimétrico de Levi-Civita. Usando la ecuación de Maxwell $\mathbf{B} = (c/i\omega) \nabla \times \mathbf{E}$ y las relaciones: $\mathbf{p} = \alpha \mathbf{E}$ y $\partial \mathbf{p} / \partial t = -i\omega \mathbf{p}$, siendo α la polarizabilidad de la partícula, la Ec. (5.3) se transforma en:

$$\langle F_i(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{2} \Re \left\{ \alpha \left(E_j \frac{\partial E_i^*(\mathbf{r})}{\partial x_j} + \epsilon_{ijk} \epsilon_{klm} E_j \frac{\partial E_m^*}{\partial x_l} \right) \right\}. \quad (5.4)$$

Teniendo en cuenta que $\epsilon_{ijk}\epsilon_{klm} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}$, podemos expresar, finalmente, el promedio temporal de la fuerza de Lorentz sobre la partícula pequeña como [Nieto-Vesperinas 02, Chaumet 00c]:

$$\langle F_i(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{2} \Re \left\{ \alpha E_j \frac{\partial E_j^*(\mathbf{r})}{\partial x_i} \right\}. \quad (5.5)$$

La Ec. (5.5) constituye la expresión del promedio temporal de la fuerza sobre una partícula pequeña en un campo electromagnético armónico arbitrario.

Para una partícula dipolar, la polarizabilidad es [Draine 88]:

$$\alpha(\omega) = \frac{\alpha_0(\omega)}{1 - \frac{2}{3}ik^3\alpha_0(\omega)} \quad \text{con} \quad \alpha_0(\omega) = a^3 \frac{\epsilon(\omega) - 1}{\epsilon(\omega) + 2}, \quad (5.6)$$

siendo $\epsilon = \epsilon_2/\epsilon_0$ el contraste de permitividades dieléctricas de la partícula (ϵ_2), y el medio que la envuelve (ϵ_0). $k = \sqrt{\epsilon_0}k_0$, $k_0 = \omega/c$. Para $ka \ll 1$, α puede ser aproximado por: $\alpha = \alpha_0(1 + \frac{2}{3}ik^3|\alpha_0|^2)$. En esta expresión, la parte imaginaria de α constituye el término de reacción ante la radiación.

El campo óptico puede ser expresado en su forma paraxial, es decir, un haz u onda plana propagante o evanescente (véase §B.1), con una dirección principal de propagación a lo largo de \mathbf{k} . De esta manera, el vector eléctrico se puede describir por:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}). \quad (5.7)$$

Sustituyendo la Ec. (5.7) en la Ec. (5.5), se obtiene para la fuerza [Nieto-Vesperinas 02]:

$$\langle \mathbf{F} \rangle = \frac{1}{4} \Re \{ \alpha \} \nabla |\mathbf{E}_0|^2 + \frac{1}{2} \mathbf{k} \Im \{ \alpha \} |\mathbf{E}_0|^2 - \frac{1}{2} \Im \{ \alpha \} \Im \{ \mathbf{E}_0 \cdot \nabla \mathbf{E}_0^* \}. \quad (5.8)$$

\Im denota la parte imaginaria. El primer término es la *fuerza de gradiente* que actúa sobre la partícula, mientras que el segundo término representa la contribución de la presión de radiación a la *fuerza de scattering*. Sustituyendo $\alpha = \alpha_0(1 + \frac{2}{3}ik^3|\alpha_0|^2)$, en la aproximación anterior se ve que ésta también se puede expresar para una partícula Rayleigh ($ka \ll 1$) como [van de Hulst 81]: $(|\mathbf{E}_0|^2/8\pi)C\mathbf{k}/k$ (véase, más adelante, §5.5.1); siendo C la sección eficaz de scattering de la partícula: $C = (8/3)\pi k^4|\alpha_0|^2$. Nótese que el último término de (5.8) es solamente cero cuando, o bien α o bien \mathbf{E}_0 , es real. Este es el caso de una onda plana propagante o evanescente pero no de un haz, en general.

5.2.1 Un dipolo en dos dimensiones

En el caso bidimensional, esto es, un cilindro de radio $a \ll \lambda$, las anteriores expresiones siguen siendo válidas a excepción de las correspondientes a la polarizabilidad. Análogamente a la Ec. (5.6), existen dos expresiones (dependiendo de la polarización) para la polarizabilidad, con corrección de radiación-reacción [Chaumet 00a]. Estas son:

$$\alpha^{(S)} = \frac{\alpha_0^{(S)}(\omega)}{1 - ik^2\pi\alpha_0^{(S)}(\omega)} \quad \text{con} \quad \alpha_0^{(S)}(\omega) = \frac{a^2}{4}[\epsilon(\omega) - 1], \quad (5.9)$$

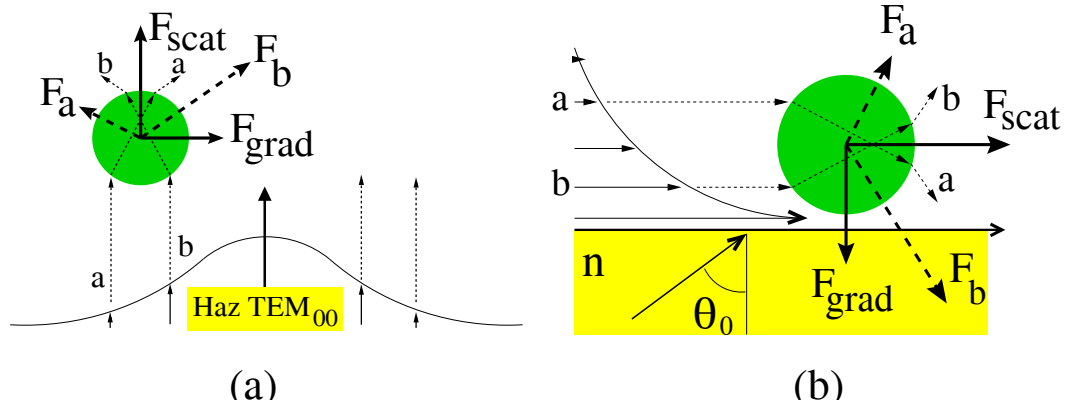


Fig. 5.1: Origen de las componentes de scattering, F_{scat} , y de gradiente, F_{grad} , para una partícula de índice de refracción mayor que el medio que la rodea, bajo la acción de (a): un haz TEM_{00} , (b): un haz evanescente.

para polarización S (campo eléctrico paralelo al eje del cilindro), y

$$\alpha^{(P)} = \frac{\alpha_0^{(P)}(\omega)}{1 - \frac{1}{2}ik^2\pi\alpha_0^{(P)}(\omega)} \quad \text{con} \quad \alpha_0^{(P)}(\omega) = \frac{a^2}{2} \frac{\epsilon(\omega) - 1}{\epsilon(\omega) + 1}, \quad (5.10)$$

para polarización P (campo magnético paralelo al eje del cilindro).

5.2.2 Componentes de scattering y gradiente. Interpretación

La figura 5.1 muestra cómo las componentes de scattering y de gradiente de la fuerza, que se han estudiado anteriormente, provienen ambas de la presión de radiación. Se muestran dos configuraciones: en 5.1(a) hay una partícula inmersa en un haz gaussiano focalizado, y colocada fuera de eje. En 5.1(b) se tiene una partícula próxima a una superficie donde se ha creado un haz evanescente bajo RTI. Considérese un par de rayos “a” y “b” que llegan a la partícula de forma simétrica con respecto al centro. Si ignoramos el efecto de reflexiones menores, la mayor parte de los rayos se refractan a través de la partícula, dando lugar a las fuerzas F_a y F_b en la dirección del cambio de momento. La fuerza F_b es mayor que la F_a , ya que la intensidad del rayo “b” es mayor que la del “a”. Sumando el efecto de todos los pares de rayos simétricos que llegan a la partícula, se ve que la fuerza neta puede ser resuelta en términos de dos componentes, F_{scat} , llamada *fuerza de scattering*, que apunta en la dirección y sentido de la luz incidente, y F_{grad} , *fuerza de gradiente*, que proviene del gradiente de la intensidad de luz y lleva la dirección transversal a la dirección del haz, apuntando hacia las zonas de mayor intensidad de campo. Para una partícula en el eje del haz gaussiano (Fig. 5.1(a)) o en una onda plana $F_a = F_b$, y no hay componente neta de gradiente. Para partículas con índices menores que los del medio que las envuelve, la refracción a través de la partícula es al contrario, el cambio de momento es en la dirección transversalmente opuesta a la de la incidencia, por lo que F_b es menor que F_a y la partícula se alejaría de la zona axial del haz de Fig. 5.1(a), o del plano de la Fig. 5.1(b). Este comportamiento ha sido observado en burbujas (de algunas micras) de aire en glicerina. Se observa también que, al

mezclar esferas de diámetros grandes y pequeños en la misma muestra, las esferas mayores se mueven más rápido que las más pequeñas, cruzándose las primeras hacia el eje del haz, mientras son empujadas en la dirección de propagación de dicho haz. Esto es una forma de separar partículas, tal y como se obtiene con cálculos simples basados óptica de rayos.

5.3 Fuerza sobre una partícula dipolar debido a una onda evanescente

Sea una partícula pequeña expuesta a un campo electromagnético evanescente, cuyo vector eléctrico es: $\mathbf{E} = \mathbf{T} \exp(-qz) \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R})$, donde se ha escrito $\mathbf{r} = (\mathbf{R}, z)$ y $\mathbf{k} = (\mathbf{K}, k_z)$; \mathbf{K} y k_z satisfacen: $K^2 + k_z^2 = k^2$, $k^2 = \omega^2 \epsilon_0 / c^2$, con: $k_z = iq = i\sqrt{K^2 - k^2}$. Este campo ha sido creado en condiciones de RTI en una interfaz plana ($z = \text{constante}$, bajo la partícula) entre dos medios de radio de permitividad dieléctrica ϵ_0 / ϵ_1 (véase también la figura insertada en la Fig. 5.3(a)). La onda incidente, con polarización S o P , es decir, con el campo eléctrico perpendicular o en el plano de incidencia (plano formado por el vector de onda incidente $\mathbf{k}^{(inc)}$ en la interfaz y la normal, \hat{z} , a la superficie), respectivamente, incide desde el medio mas denso con $z < 0$. La partícula está en el medio de $z > 0$. Sin pérdida de generalidad, elegiremos como plano de incidencia el OXZ , de tal manera que $\mathbf{K} = (K, 0)$. Sean T_\perp y T_\parallel las amplitudes transmitidas en $z > 0$ para polarizaciones S y P , respectivamente. El vector eléctrico es:

$$\mathbf{E} = (0, 1, 0) T_\perp \exp(iKx) \exp(-qz), \quad (5.11)$$

para polarización S y:

$$\mathbf{E} = (-iq, 0, K) \frac{T_\parallel}{k} \exp(iKx) \exp(-qz). \quad (5.12)$$

para polarización P .

Introduciendo la expresiones anteriores para el vector eléctrico \mathbf{E} en la Ec. (5.8), se obtiene el promedio de la fuerza total en la partícula, que se puede dividir en las fuerzas de scattering y de gradiente. La fuerza de scattering está contenida en el plano OXY , (esto es, el plano que contiene el vector de onda propagante de la onda evanescente), es decir [Nieto-Vesperinas 02]:

$$\langle F_x \rangle = \frac{|T|^2}{2} K \Im\{\alpha\} \exp(-2qz); \quad (5.13)$$

y para la fuerza de gradiente, que está dirigida puramente a lo largo de OZ :

$$\langle F_z \rangle = -\frac{|T|^2}{2} q \Re\{\alpha\} \exp(-2qz). \quad (5.14)$$

En las ecuaciones (5.13) y (5.14) T sustituye a T_\perp o T_\parallel , dependiendo de si la polarización es S o P , respectivamente.

Para una partícula absorbente, introduciendo la Ec. (5.6) para α en las Ecs. (5.13) y (5.14), se llega a la siguiente expresión para la fuerza de scattering:

$$\langle F_x \rangle = \frac{|T|^2}{2} K \exp(-2qz) \frac{\Im m\{\alpha_0\} + (2/3)k^3|\alpha_0|^2}{1 + (4/9)k^6|\alpha_0|^2}, \quad (5.15)$$

y para la fuerza de gradiente:

$$\langle F_z \rangle = -\frac{|T|^2}{2} q \frac{\Re e\{\alpha_0\}}{1 + (4/9)k^6|\alpha_0|^2} \exp(-2qz). \quad (5.16)$$

Es importante resaltar que, excepto cerca de una resonancia, en general $\Re e\{\alpha_0\}$ y $\Im m\{\alpha_0\}$ son cantidades positivas y por lo tanto, la fuerza de scattering en la Ec. (5.15) es positiva en la dirección de propagación K de la onda evanescente, empujando a la partícula en dirección paralela a la de la superficie. Mientras que la fuerza de gradiente, Ec. (5.16), negativa o positiva a lo largo de OZ , con lo que atrae o repele a la partícula hacia la superficie [Nieto-Vesperinas 02], dependiendo de si $\Re e\{\alpha_0\} > 0$ o $\Re e\{\alpha_0\} < 0$. Estudiaremos este asunto en detalle en el capítulo siguiente. La magnitud de estas fuerzas aumenta con la disminución de la distancia a la interfaz y es mayor para polarización P , ya que en este caso, los dipolos inducidos por el campo eléctrico en la partícula y la superficie están orientados de modo paralelo, dando como resultado una interacción menor que cuando estos dipolos están inducidos en el plano OXZ (polarización S) [Alonso 68].

En particular, si $ka \ll 1$, la Ec. (5.15) se transforma en:

$$\langle F_x \rangle = \frac{|T|^2}{2} K_i \exp(-2qz) \left[a^3 \Im m \left\{ \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right\} + \frac{2}{3} k^3 a^6 \left| \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right|^2 \right]; \quad (5.17)$$

El primer término de la Ec. (5.17) es la presión de radiación de la onda evanescente sobre la partícula debido a la absorción, mientras que el segundo término corresponde al scattering. Esta expresión puede ser escrita también de la siguiente manera:

$$\langle F_x \rangle = \frac{|T|^2}{8\pi} \frac{K}{k} \exp(-2qz) C_{ext}. \quad (5.18)$$

Donde la sección eficaz de extinción de la partícula ha sido introducida como:

$$C_{ext} = 4\pi k a^3 \Im m \left\{ \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right\} + \frac{8\pi}{3} k^4 a^6 \left| \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right|^2. \quad (5.19)$$

Se debe notar que la Ec. (5.19) coincide con el valor obtenido con la teoría de Mie para partículas pequeñas, en los primeros órdenes de expansión del parámetro de tamaño ka , en la sección eficaz de extinción [van de Hulst 81].

Aunque las ecuaciones anteriores no tienen en cuenta ni el scattering múltiple descrito por la teoría de Mie para partículas grandes, ni el scattering múltiple de la onda entre la partícula y la superficie dieléctrica, son útiles para comprender los fundamentos de los efectos de la fuerza inducida por una única onda evanescente en la partícula. Se ha de decir, además, como se muestra al final de esta sección, que si se ha de usar la teoría de Mie, también se ha de tener en cuenta el scattering múltiple con la superficie.

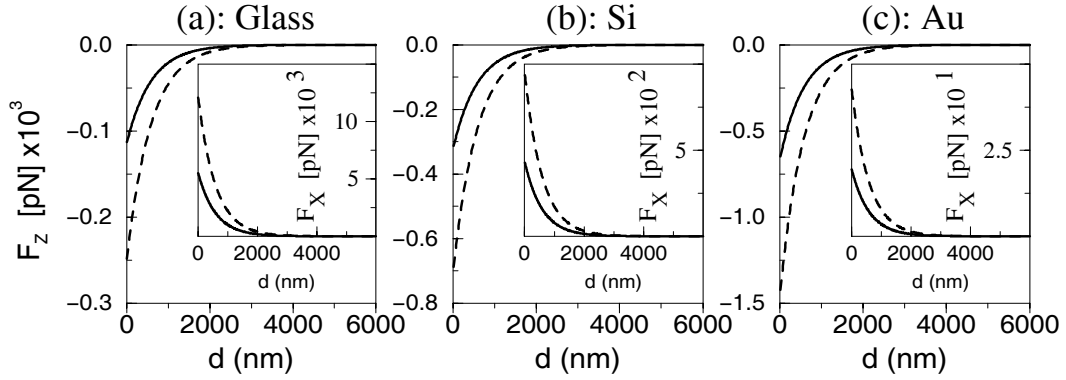


Fig. 5.2: Fuerzas en las direcciones Z y X (como figuras insertadas) que actúan sobre una esfera con radio $a = 60 \text{ nm}$, en la aproximación dipolar. El ángulo de incidencia es $\theta_0 = 42^\circ$, mayor que el ángulo crítico, $\theta_c = 41.8^\circ$ (para una interfaz vidrio-aire). $\lambda = 632.8 \text{ nm}$. Línea continúa: polarización S , línea discontinua: polarización P . El material de la esfera es: (a): vidrio, (b): silicio, (c): oro.

La Fig. 5.2 muestra la evolución de las fuerzas de scattering y gradiente en tres clases de partícula en función del espacio d entre la partícula y la superficie donde se crea la onda evanescente: vidrio ($\epsilon = 2.25$), silicio ($\epsilon = 15 + i0.14$) y oro ($\epsilon = -5.65 + i0.75$), todas con radio $a = 60 \text{ nm}$. La onda evanescente que ilumina es debida a la refracción de una onda plana incidente de potencia $P = \frac{c\sqrt{\epsilon_1}}{8\pi}|A|^2 = 1.9 \times 10^{-2} \text{ mW}/\mu\text{m}^2$, equivalente a 150 mW sobre una sección circular de radio $50 \mu\text{m}$, en una interfaz vidrio-aire a un ángulo de incidencia $\theta_0 = 42^\circ$ y $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ (el ángulo crítico es: $\theta_c = 41.8^\circ$), para polarizaciones S y P (vector eléctrico perpendicular y paralelo, respectivamente, al plano de incidencia en la interfaz vidrio-aire, es decir, $|T_\perp|^2 = 4\epsilon_1 \cos^2 \theta_0 |A|^2 / (\epsilon_1 - 1)$, $|T_\parallel|^2 = 4\epsilon_1 \cos^2 \theta_0 |A|^2 / [(\epsilon_1 - 1)((1 + \epsilon_1) \sin^2 \theta_0 - 1)]$).

Estos valores de las fuerzas son consistentes con las magnitudes obtenidas en partículas similares aplicando el tensor de tensiones de Maxwell (esto será discutido en la sección 5.5) mediante la teoría de Mie [Almaas 95]. Sin embargo, como se muestra en la próxima sección, conforme el tamaño de la partícula aumenta, la interacción múltiple de la onda incidente con la partícula y el sustrato no puede ser obviada. Por lo tanto, los resultados anteriores, aunque son válidos a nivel interpretativo, deberían tomarse con cuidado a distancias menores que 10 nm , ya que el scattering múltiple hace que la fuerza sea mayor. Estudiaremos esto a continuación.

5.4 Influencia de la interacción con el sustrato

Existen diversos estudios de fuerzas sobre partículas en presencia de campos evanescentes. Muchos de ellos calculan las fuerzas a partir del TTM, que estudiaremos en la siguiente sección, determinando previamente los campos dispersados en el interior y exterior de una esfera usando la teoría de Mie (apéndice A), sin tener en cuenta el scattering múltiple entre la esfera y la superficie donde se ha creado la onda evanescente. A continuación veremos que, excepto a ciertas distancias, este scattering múltiple no puede ser ignorado.

Para partículas dipolares, se puede usar directamente la expresión dada por la Ec. (5.5).

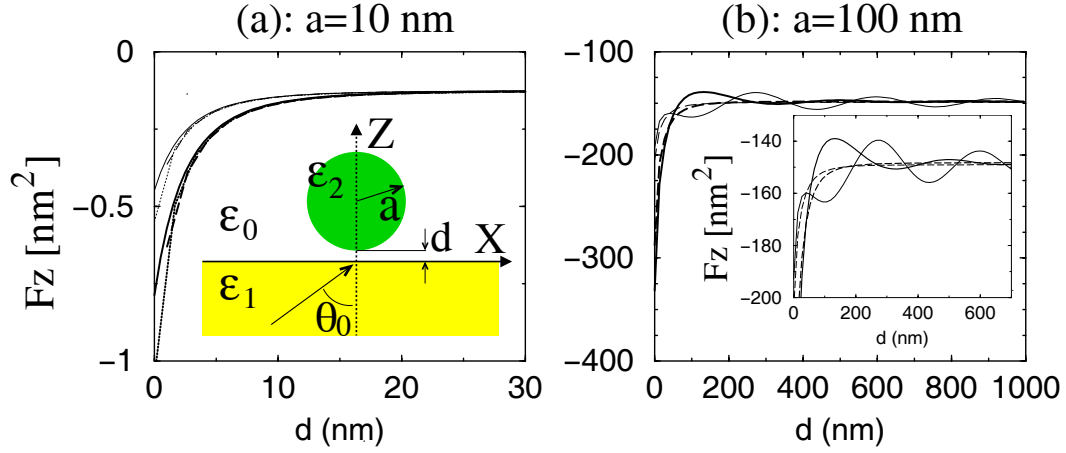


Fig. 5.3: Fuerza normalizada en la dirección Z actuando sobre una esfera de vidrio situada sobre una interfaz plana que separa vidrio de vacío. El ángulo de incidencia, $\theta_0 = 42^\circ$, es mayor que el ángulo crítico, $\theta_c = 41.8^\circ$. $\lambda = 632.8$ nm. Trazo delgado: polarización S , trazo grueso: polarización P . (a): $a = 10$ nm, línea continua: aproximación dipolar, línea discontinua: CDM-A, línea punteada: CDM-B. La figura insertada muestra la geometría de scattering. (b): $a = 100$ nm, línea continua: cálculo con el CDM-B, línea punteada: aproximación estática. (De Ref. [Chaumet 00a]).

De hecho, para esferas y cilindros dieléctricos de radios menores que $5 \times 10^{-2}\lambda$ no hay diferencia apreciable entre usar la Ec. (5.5) o el TTM, excepto a distancias desde un sustrato plano menores que $10^{-2}\lambda$.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos con una esfera sobre una superficie plana, donde se ha creado una onda evanescente por RTI. Estos cálculos se han realizado usando el CDM (ver §B.2) para los campos. Este método discretiza los volúmenes en dipolos eléctricos, por lo que una vez conocido el campo en cada uno de ellos se pueden calcular las fuerzas usando la Ec. (5.5) sobre cada dipolo. Este procedimiento lo llamamos CDM-B. Otra forma de calcular las fuerzas a partir de los campos obtenidos con el CDM consiste en usar el TTM sobre una superficie que contenga a la esfera. Este procedimiento lo denotaremos por CDM-A.

La figura 5.3 muestra la fuerza normalizada en la dirección Z para dos partículas de vidrio ($\epsilon_2 = 2.25$) a $\lambda = 632.8$ nm, una con $a = 10$ nm (5.3(a)), y la otra con $a = 100$ nm (5.3(b)). La interfaz plana está iluminada desde el lado dieléctrico de vidrio ($\epsilon_1 = 2.25$) a un ángulo de incidencia $\theta_0 = 42^\circ$ (el ángulo crítico es $\theta_c = 41.8^\circ$). El medio que rodea a la esfera es aire ($\epsilon_0 = 1$). La normalización de las fuerzas se ha realizado dividiéndolas por $\exp(-2qz)$. De esta manera, como se puede ver en las curvas, la fuerza tiende a un valor constante dado por la Ec. (5.14): $-(|T|^2/2)q\Re\{\alpha\}$, conforme d crece. La potencia incidente es 1.19 mW distribuidos en un área de $10 \mu\text{m}^2$, con lo cual la fuerza sobre una esfera de $a = 10$ nm es 2.7991×10^{-10} pN [Chaumet 00a]. Podemos ver, por lo tanto, el efecto en la fuerza vertical de la interacción múltiple de la onda dispersada con el sustrato: conforme la partícula se aproxima a la superficie plana donde la onda evanescente ha sido creada, la magnitud de la fuerza atractiva aumenta más allá del valor predicho cuando se ignora esta interacción. Cuando la distancia a la superficie aumenta, la fuerza tiende al valor dado por

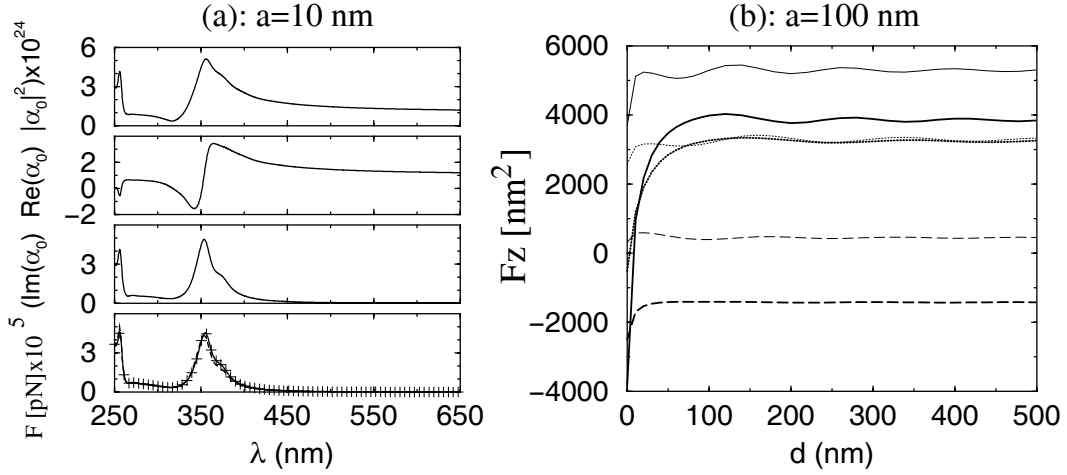


Fig. 5.4: (a): De arriba a abajo: las primeras tres curvas representan la polarizabilidad de una esfera de plata con radio $a = 10 \text{ nm}$ versus la longitud de onda. La cuarta curva es la fuerza sobre esta partícula en el espacio libre. Línea continua: cálculo de Mie, línea discontinua: polarizabilidad de la Ec. (5.6), símbolos +: polarizabilidad de Dungey y Bohren [Dungey 91]. (b): Fuerza a lo largo de la dirección Z sobre una esfera de plata con $a = 100 \text{ nm}$ versus distancia d con $\theta_0 = 50^\circ$ para la siguientes longitudes de onda: línea continua: $\lambda = 255 \text{ nm}$, línea discontinua: $\lambda = 300 \text{ nm}$, y línea punteada: $\lambda = 340 \text{ nm}$. Trazo delgado: polarización S , trazo grueso: polarización P . (De Ref. [Chaumet 00b]).

la Ec. (5.14), en la cual no se ha tenido en cuenta el scattering múltiple con el sustrato. También es notable el patrón de oscilación que presenta la fuerza conforme varía d . Esto es debido a la onda estacionaria que se forma entre la esfera y el sustrato, y que aparece también en la distribución de intensidad del campo. Se aprecia para partículas mayores, Fig. 5.3(b), ya que para partículas muy pequeñas, Fig. 5.3(a), la sección eficaz de scattering no es lo suficientemente grande como para producir un patrón de interferencias notable. Por otro lado, la fuerza horizontal en la partícula es de la forma de la Ec. (5.13) y siempre tiene las características de una fuerza de scattering.

Por lo que concierne a partículas metálicas, notamos que $\text{Re}\{\alpha\}$ puede tener valores negativos cerca de las resonancias de plasmón (Fig. 5.4(a), donde se ha pintado dos modelos: el de Draine [Draine 88] y el de la Ref. [Dungey 91] (mírese también [Arias-González 02b, Arias-González 02a, Chaumet 00c] y el capítulo 6) y por eso la fuerza de gradiente, o fuerza a lo largo del eje OZ , puede ser repulsiva, es decir, positiva (Fig. 5.4(b)) [Chaumet 00c]. Se observa también que esta fuerza es mayor en la excitación de la resonancia del plasmón ($\lambda = 350 \text{ nm}$). Se volverá sobre este asunto más adelante (§6.2.2).

5.5 El Tensor de Tensiones de Maxwell

Supongamos una región del espacio en la que existen campos electromagnéticos y materia. En este sistema aislado que comprende a ambos, se conserva la energía y el momento del sistema completo, pero hay un intercambio de ambas magnitudes entre los dos subsistemas. De esto se deriva que ambos subsistemas han de ejercerse fuerzas mutuamente: el campo

electromagnético tendrá energía y momento electromagnético mientras que la materia poseerá energía y momento mecánico. Un punto de partida más general es aquél en el que la materia puede filtrar energía (por efecto Joule) en calor, con lo que en este caso la energía y el momento del sistema completo no se conservan.

Expresando las ecuaciones de Maxwell en el espacio libre en su forma covariante, a partir del tensor del campo electromagnético $F^{\mu\nu}$:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu}(x) = 0, \quad (5.20)$$

donde se ha usado el convenio de suma de Einstein en índices repetidos. Los índices con letras del alfabeto griego van a recorrer los valores del 0 al 3 ($\mu = 0, 1, 2, 3$), mientras que los índices con letras del abecedario latino lo harán del 1 al 3 ($i = 1, 2, 3$). $x = (x^\mu) \equiv (ct, \mathbf{r})$ es el cuadvivector posición en este formalismo, y $\partial_\mu \equiv \partial/\partial x^\mu = (\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \nabla)$, el cuadvivector derivada covariante.

El tensor campo electromagnético (en su forma contravariante) es el siguiente:

$$\overset{\leftrightarrow}{\mathbf{F}} = (F^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -\mathcal{E}^1 & -\mathcal{E}^2 & -\mathcal{E}^3 \\ \mathcal{E}^1 & 0 & -\mathcal{B}^3 & \mathcal{B}^2 \\ \mathcal{E}^2 & \mathcal{B}^3 & 0 & -\mathcal{B}^1 \\ \mathcal{E}^3 & -\mathcal{B}^2 & \mathcal{B}^1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5.21)$$

O, lo que es lo mismo, las componentes eléctricas y magnéticas se obtienen a partir de dicho tensor de la siguiente manera:

$$\mathcal{E}^k(x) = -F^{0k}(x), \quad \mathcal{B}^k(x) = -\frac{1}{2}\varepsilon^{0kij}F_{ij}(x), \quad F^{\mu\nu}(x) = -F^{\nu\mu}(x), \quad (5.22)$$

siendo $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ el tensor totalmente antisimétrico de Levi-Civita en 1+3 dimensiones ($\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = -\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \Rightarrow \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = -4!$). El tensor métrico es el siguiente:

$$g_{\mu\nu}(x) = \eta_{\mu\nu} = \eta_{\nu\mu}; \quad \text{con } \eta_{00} = 1, \quad \eta_{0i} = 0, \quad \eta_{ij} = -\delta_{ij}, \quad (5.23)$$

donde el símbolo δ_{ij} es la Delta de Kronecker (1, si $i = j$, y 0 si $i \neq j$). Nótese que $\eta_{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu}$, pero que $\eta^\mu{}_\nu = \delta_{\mu\nu}$. La contracción del tensor métrico con un índice de otro tensor sirve para “subir” o “bajar” dicho índice (es decir, cambiar de coordenadas contravariantes a covariantes, respectivamente, y viceversa): $F^\mu{}_\nu = \eta^{\mu\rho}F_{\rho\nu} = \eta_{\rho\nu}F^{\mu\rho}$.

Al trabajar en el espacio libre, vamos a identificar los vectores $\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{D}}$ y $\vec{\mathcal{B}} = \vec{\mathcal{H}}$, según el sistema de unidades de Heaviside-Lorentz (véase, por ejemplo, [Jackson 75]). Posteriormente, convertiremos las expresiones útiles al sistema de Gauss, que es el que se está utilizando en esta tesis.

A partir de la formulación lagrangiana en teoría clásica de campos (ver, por ejemplo, [Barut 80, Weinberg 72]) se puede construir el tensor de energía-momento (simetrizado), $T^{\mu\nu}(x)$, que en el caso del campo electromagnético es:

$$T^{\mu\nu}(x) = F^{\rho\mu}(x)F^\nu{}_\rho(x) - \eta^{\mu\nu}\mathcal{L}(x), \quad \text{con } \mathcal{L}(x) = -\frac{1}{4}F_{\rho\sigma}(x)F^{\rho\sigma}(x). \quad (5.24)$$

$\mathcal{L}(x)$ es la densidad lagrangiana del campo electromagnético en el espacio libre. Las componentes del tensor son:

$$T^{00} = \frac{1}{2}(\vec{\mathcal{E}}^2 + \vec{\mathcal{B}}^2), \quad (5.25)$$

$$T^{0i} = (\vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{B}})^i, \quad (5.26)$$

$$T^{ij} = -\mathcal{E}^i \mathcal{E}^j - \mathcal{B}^i \mathcal{B}^j - \frac{1}{2} \eta^{ij} (\vec{\mathcal{E}}^2 + \vec{\mathcal{B}}^2), \quad (5.27)$$

En estas condiciones de espacio libre, se cumple la ley de conservación:

$$\partial_\mu T^{\mu\nu}(x) = 0. \quad (5.28)$$

Se define la densidad de energía electromagnética:

$$\mathcal{W} = \frac{1}{2}(\vec{\mathcal{E}}^2 + \vec{\mathcal{B}}^2), \quad (5.29)$$

el vector de Poynting:

$$\vec{S} = c(\vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{B}}), \quad (5.30)$$

y la densidad de momento electromagnético:

$$\vec{g}^{(em)} = \frac{1}{c^2} \vec{S}, \quad (5.31)$$

El tensor tridimensional T^{ij} es lo que se conoce con el nombre de *tensor de tensiones de Maxwell*, TTM, y sus componentes vienen dadas por la Ec. (5.27). La ley de conservación de la Ec. (5.28) se desglosa en:

$$\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S} = 0, \quad (5.32)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial S^j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x^k} T^{kj} = 0, \quad (5.33)$$

La Ec. (5.32) es el teorema de Poynting en el espacio libre. La Ec. (5.33) representa la conservación del momento. Reexpresando esta última ecuación:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial S^j}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x^k} T^k{}_j = 0, \quad (5.34)$$

donde ahora

$$T^i_j = \mathcal{E}^i \mathcal{E}_j + \mathcal{B}^i \mathcal{B}_j - \frac{1}{2} \eta^i_j (\mathcal{E}^2 + \mathcal{B}^2), \quad (5.35)$$

nótese que $\eta^i_j = \delta_{ij}$. Usando esta expresión del tensor de tensiones de Maxwell, vamos a trabajar, a partir de ahora, en el espacio de tres dimensiones de las coordenadas espaciales, con métrica δ_{ij} . Esto nos será más cómodo a la hora de operar, ya que no tenemos que hacer distinción entre índices arriba y abajo (coordenadas contravariantes y covariantes, respectivamente). Los escribiremos todos abajo, por ejemplo. Así, haciendo el cambio $T^i_j \rightarrow T_{ij}$, tenemos que el tensor de tensiones de Maxwell es,

$$T_{ij} = \mathcal{E}_i \mathcal{E}_j + \mathcal{B}_i \mathcal{B}_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} (\mathcal{E}^2 + \mathcal{B}^2), \quad (5.36)$$

que es la expresión que da la Ref. [Jackson 75]. Integrando en un volumen dado la Ec. (5.34), obtenemos:

$$\vec{F}^{(em)} - \frac{\partial}{\partial t} \vec{G}^{(em)} = 0, \text{ donde} \quad (5.37)$$

$$\vec{G}^{(em)}(t) \equiv \int_V d^3r \, \vec{g}^{(em)}(x) \quad \text{y} \quad F_j^{(em)}(t) \equiv \int_V d^3r \, \frac{\partial}{\partial x_k} T_{jk}(x). \quad (5.38)$$

Hasta aquí, se ha supuesto que la radiación estaba aislada, por lo que la ley (5.37) se cumple. Ahora supongamos que existe una cierta región del espacio ocupada por materia (además de radiación). Entonces a la izquierda de la Ec. (5.37) deberá aparecer un término que indique el balance de momentos. Esto se expresa de la manera:

$$\vec{F}^{(em)} - \frac{\partial}{\partial t} \vec{G}^{(em)} = \frac{\partial}{\partial t} \vec{G}^{(mec)} \quad (5.39)$$

donde por $\vec{G}^{(mec)}$ se indica el momento mecánico que genera el campo electromagnético en su interacción con la materia. El volumen de integración anterior, V , deberá contener al espacio ocupado por la materia sobre la cual deseamos estimar el balance de momentos campo-materia. Si definimos $\vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \vec{G}^{(mec)}$, tenemos que ésta será la fuerza que se ejercerá sobre la materia debido a su interacción con la radiación. Expandiendo la Ec. (5.39) en forma vectorial:

$$\vec{F}(t) = \int_V d^3r \, \nabla \cdot \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{T}}(x) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_V d^3r \, \vec{S}(x). \quad (5.40)$$

Usando el teorema de Gauss, transformamos la primera integral:

$$\vec{F}(t) = \int_{\Sigma} d^2r \, \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{T}} \cdot \vec{n} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_V d^3r \, \vec{S} \quad (5.41)$$

donde Σ es una superficie cualquiera (contorno de V) que contiene a la materia, y \vec{n} es el vector unitario normal a dicha superficie y exterior a V . Expresando la ecuación anterior en función de los campos $\vec{\mathcal{E}}$ y $\vec{\mathcal{H}}$, usando el sistema internacional de unidades (SI):

$$\begin{aligned} \vec{F}(t) = \int_{\Sigma} d^2 r \left[\epsilon(\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{n})\vec{\mathcal{E}} + \mu(\vec{\mathcal{H}} \cdot \vec{n})\vec{\mathcal{H}} - \frac{1}{2}(\epsilon\vec{\mathcal{E}}^2 + \mu\vec{\mathcal{H}}^2)\vec{n} \right] \\ - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_V d^3 r (\vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{H}}) \quad . \end{aligned} \quad (5.42)$$

Ésta es la expresión que da la Ref. [Stratton 41] para la fuerza ejercida por un campo electromagnético sobre un objeto. También se puede escribir en función de las densidades de carga ρ y corriente \vec{j} :

$$\vec{F}(t) = \int_V d^3 r \left[\rho\vec{\mathcal{E}} + \vec{j} \times \vec{\mathcal{H}} \right] \quad . \quad (5.43)$$

Traduciendo la Ec. (5.42) al sistema de Gauss:

$$\begin{aligned} \vec{F}(t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} d^2 r \left[\epsilon(\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{n})\vec{\mathcal{E}} + \mu(\vec{\mathcal{H}} \cdot \vec{n})\vec{\mathcal{H}} - \frac{1}{2}(\epsilon\vec{\mathcal{E}}^2 + \mu\vec{\mathcal{H}}^2)\vec{n} \right] \\ - \frac{1}{4\pi c} \frac{\partial}{\partial t} \int_V d^3 r (\vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{H}}) \quad . \end{aligned} \quad (5.44)$$

El momento electromagnético del campo es muy pequeño, al llevar el factor $1/c^2$, por lo que su contribución a la fuerza es pequeña [Stratton 41]. El cuerpo sobre el que se calculan las fuerzas puede disipar energía (por ejemplo, se puede considerar un metal), lo cual significaría que la energía del sistema total radiación–materia no se conservaría (habría que extender la ley (5.28) para el caso en el que existen corrientes), pero la expresión (5.41) sigue siendo válida. Con el hecho de introducir los campos materiales $\vec{\mathcal{D}}$ y $\vec{\mathcal{H}}$ (o bien, las permitividades dieléctrica, ϵ , y magnética, μ), hemos generalizado el análisis al caso en que el cuerpo se encuentre sumergido en un fluido isótropo y homogéneo con dichos parámetros electromagnéticos (véase [Stratton 41]).

En el caso de cuerpos ferromagnéticos, las expresiones anteriores no pueden mantenerse a menos que los campos sean lo suficientemente débiles. Si no es así, la permeabilidad magnética, μ , dependería de la intensidad del campo, y la energía magnética necesitaría ser redefinida.

Si el cuerpo material, sobre el cual se calculan las fuerzas, es un sólido rígido, el problema no presenta mucha dificultad. En el caso de tener un cuerpo elástico (deformable), el problema se complica: hay que tener en cuenta los cambios en ϵ y μ , cuya dependencia local (pues podría dejar de ser homogéneo, en el caso de no serlo antes de haber radiación) variaría con el tiempo. Habría que relacionar ϵ y μ con el tensor de esfuerzos del material para obtener información sobre dichas cantidades. Sería lógico pensar que entonces el material dejaría de ser isótropo. El problema se complicaría aún más si el volumen del cuerpo se alterara por efecto de las fuerzas, pues podría influir también al propio cálculo de la integral en cada instante de tiempo.

5.5.1 Fuerzas bajo campos armónicos

En esta sección vamos a particularizar el resultado dado por la Ec. (5.44) al caso de campos armónicos: $\vec{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t) = \Re\{\mathbf{E}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)\}$, $\vec{\mathcal{H}}(\mathbf{r}, t) = \Re\{\mathbf{H}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)\}$, según se vio al principio de este capítulo, §5.2. Como se dijo entonces, sólo nos interesan los promedios temporales ya que las fuerzas van a variar muy rápidamente en el tiempo, impidiendo al objeto seguir estos cambios instantáneamente. Necesitamos conocer la expresión de la fuerza $\mathbf{F} = \langle \vec{F}(t) \rangle$.

Es fácil comprobar que el promedio temporal del término correspondiente al vector de Poynting en la Ec. (5.44) es cero, por lo que sólo la integral del tensor de tensiones de Maxwell contribuye a esta fuerza. La expresión final es:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{8\pi} \Re \left\{ \int_{\Sigma} d^2r \left[(\epsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{n}) \mathbf{E}^*(\mathbf{r}, \omega) + (\mu \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{n}) \mathbf{H}^*(\mathbf{r}, \omega) - \frac{1}{2} (\epsilon |\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)|^2 + \mu |\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)|^2) \mathbf{n} \right] \right\}, \quad (5.45)$$

en el sistema de unidades de Gauss. Nótese, por tanto, que la superficie Σ puede ser cualquiera, siempre que contenga al cuerpo sobre el cual se quieren calcular las fuerzas. En la sección C.2 se aplica la Ec. (5.45) al caso de un cilindro circular de radio a , que será usado ampliamente en los capítulos siguientes.

La conocida expresión de la fuerza ejercida por un campo electromagnético armónico sobre una partícula, inferida heurísticamente por ejemplo en Refs. [Bohren 83, van de Hulst 81], tiene la forma:

$$\mathbf{F} = \frac{I_0}{c} C_{pr} \frac{\mathbf{k}_0}{k_0}, \quad (5.46)$$

donde I_0 es la intensidad incidente y C_{pr} es la *sección eficaz de presión de radiación* (véase apéndice A), dada por [Bohren 83, van de Hulst 81]:

$$C_{pr} = C_{ext} - \overline{\cos \theta \cdot C_{sca}}, \quad (5.47)$$

siendo C_{ext} y C_{sca} las secciones eficaces de extinción y scattering, respectivamente, y $\overline{\cos \theta \cdot C_{sca}}$ el promedio del ángulo de scattering. Esta expresión de la presión de radiación puede ser obtenida de modo riguroso integrando el tensor de tensiones de Maxwell sobre una superficie esférica que contenga a la partícula. Esto fue realizado por primera vez por Debye en 1909 [Debye 09]. Nótese que esta expresión es correcta, pero implica el conocimiento de las secciones eficaces para una partícula arbitraria en un campo armónico también arbitrario, así como la intensidad incidente sobre ésta. En los casos de onda plana propagante o evanescente, y también para haces gaussianos, con partículas esféricas, cilíndricas, y otras de geometría sencilla, se puede aplicar sin demasiada dificultad. Pero, por ejemplo, si se tiene múltiple scattering entre la partícula y una superficie, la aplicación ya no es válida, puesto que el campo sobre la partícula deja de ser uno de los indicados.

*Buen ejemplo nos da naturaleza
que por tal variedad tiene belleza.*

– Francisco de Quevedo y Villegas

CAPÍTULO 6

DEPENDENCIA DE LA FUERZA CON LA POLARIZABILIDAD Y POLARIZACIÓN

Se presenta un estudio detallado de fuerzas y potenciales electromagnéticos sobre nanopartículas.

En una primera parte, se analizan partículas de tamaño inferior a la longitud de onda. Se realiza una descomposición de la fuerza en las componentes de gradiente, scattering y absorción, y se usa para explicar el origen de las fuerzas atractivas y repulsivas. Las partículas metálicas presentan ambos comportamientos y la excitación de plasmones superficiales es un hecho relacionado con el cambio de signo. Mostramos, también, que las condiciones de resonancia refuerzan la magnitud de las fuerzas de scattering y de absorción, pero la fuerza de gradiente puede incluso ser más pequeña con respecto a un caso no resonante.

Se presentan, igualmente, cálculos exactos de fuerzas y energías potenciales electromagnéticas sobre cilindros con un tamaño del orden de la longitud de onda. Esto constituye un modelo para describir fuerzas de gradiente, scattering y absorción en partículas elongadas. El análisis revela que la naturaleza atractiva y repulsiva de la fuerza depende fuertemente de la polarización del campo incidente, para una nanopartícula metálica, mientras que las partículas dieléctricas, son indistintamente atraídas hacia las regiones de máxima intensidad de campo. La excitación de plasmones en las partículas metálicas hace que las componentes de scattering y absorción de la fuerza se amplifiquen, pero disminuye la componente de gradiente de la fuerza.

Se analiza también el scattering múltiple entre el cilindro y una interfaz plana próxima a la partícula. Ésta es especialmente necesaria en el análisis de incidencia con onda evanescente.

6.1 Introducción

Se ha demostrado que las partículas dieléctricas son atraídas hacia los máximos de intensidad del campo electromagnético; por ejemplo, hacia el eje de haces focalizados [Ashkin 86], o hacia las superficies que sustentan ondas evanescentes [Kawata 92, Novotny 97]. Por otro lado, para las partículas metálicas se mostró en un principio que sufrían fuerzas de gradiente repulsivas [Ashkin 80, Ashkin 92, Sasaki 92, Ashkin 74], aunque, posteriormente, se vio que presentan también el comportamiento opuesto [Svoboda 94b, Sasaki 00, Sugiura 97, Furukawa 98]. En vista de estos resultados, se argumentó que las partículas metálicas pequeñas presentan fuerzas atractivas de gradiente, mientras que partículas metálicas más grandes —con diámetros por encima de 50 nm — presentan fuerzas de gradiente repulsivas. Las fuerzas de scattering y absorción siempre han resultado ser repulsivas, empujando a la partícula en la dirección de propagación. En la Ref. [Furukawa 98] se explica, con un argumento basado en óptica de rayos, que las fuerzas repulsivas aparecen por reflexiones en la superficie, mientras que las fuerzas atractivas provienen de ondas superficiales sobre la partícula. En la Ref. [Chaumet 00b] se calculan fuerzas ejercidas por una onda evanescente sobre partículas metálicas, mostrando ambos comportamientos.

La descomposición de las fuerzas electromagnéticas en fuerzas de gradiente, scattering y absorción ha sido estudiada en [Gordon 73, Ashkin 81b]. Una determinación de estas componentes para partículas con tamaños del orden o menores que la longitud de onda se presenta en Ref. [Rohrbach 01], hasta segundo orden en fenómenos de scattering en la partícula. Una determinación completa de la fuerza total en una partícula dipolar bajo un campo armónico genérico está hecha en la Ref. [Chaumet 00c], y el caso general se puede estudiar por medio del Tensor de Tensiones de Maxwell, TTM (§5.5).

Este capítulo analiza, en primer lugar, partículas dipolares, §6.2, descomponiendo analíticamente las componentes de gradiente, scattering y absorción de la fuerza, y examinando las condiciones de fuerza atractiva y repulsiva en partículas pequeñas. Mostramos que el signo de la fuerza está relacionado con la excitación de un plasmón superficial, y que esta resonancia de la partícula asociada al plasmón realza las fuerzas de scattering y absorción, aunque, por contra, la fuerza de gradiente puede incluso disminuir con respecto al caso no resonante. Cálculos exactos permiten encontrar la validez de la aproximación dipolar. Este mismo método riguroso se usa para analizar cilindros de mayor tamaño, §6.3. El estudio de geometrías cilíndricas sirve para modelizar bastones u otras partículas elongadas de material blando. Los resultados en cilindros arrojan una fuerte dependencia con la polarización, de tal manera que el paso de polarización S a P implica el cambio de signo de la fuerza de gradiente. Analizamos, también, la excitación de plasmones superficiales —en este rango de tamaños comparables a la longitud de onda—, y comprobamos los efectos del scattering múltiple entre la partícula y una superficie plana próxima.

6.2 Fuerza y energía sobre un dipolo

6.2.1 Componentes de gradiente, scattering y absorción

En el capítulo anterior, sección 5.2, habíamos obtenido la expresión de la fuerza que un campo monocromático en su forma paraxial, $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$, ejerce sobre una partícula dipolar (esto es, una partícula de tamaño mucho más pequeño que la longitud de onda), Ec. (5.8), y ésta es:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4}\Re\{\alpha\}\nabla|\mathbf{E}_0|^2 + \frac{1}{2}\mathbf{k}\Im\{\alpha\}|\mathbf{E}_0|^2 - \frac{1}{2}\Im\{\alpha\}\Im\{\mathbf{E}_0 \cdot \nabla\mathbf{E}_0^*\}. \quad (6.1)$$

Recordemos que el primer término representa la fuerza de gradiente, mientras que el segundo término corresponde a la contribución de las componentes de scattering y absorción a la presión de radiación, ya que esta componente es proporcional a la sección eficaz, como vimos en §5.2, y detallamos a continuación. Observemos de partida, que la ecuación anterior nos dice que la parte real de la polarizabilidad es responsable de la fuerza de gradiente, y que la parte imaginaria de dicha magnitud, lo es de las componentes de scattering y absorción.

Para ilustrar estos hechos, vamos a considerar una partícula de permitividad dieléctrica ϵ_2 y radio (o tamaño) $a \ll \lambda/\sqrt{\epsilon_2}$ (λ es la longitud de onda en el vacío). Estudiamos dos tipos de incidencia: un campo evanescente, creado en condiciones de RTI, y un haz gaussiano. Para el primer caso, el campo incidente (tras la refracción) viene dado por las Ecs. (5.11) y (5.12), sección 5.3, para polarizaciones S y P , respectivamente. Las ecuaciones correspondientes a la fuerza, haciendo uso de (6.1), fueron presentadas también previamente (§5.3, Ecs. (5.13) y (5.14)), y son (asumidos ya los símbolos de promedio temporal en todas las expresiones de la fuerza):

$$F_x = \frac{|T|^2}{2}K\Im\{\alpha\}\exp(-2qz), \quad (6.2)$$

$$F_z = -\frac{|T|^2}{2}q\Re\{\alpha\}\exp(-2qz). \quad (6.3)$$

Aquí T sustituye a las amplitudes de la onda refractada en la interfaz, T_\perp y T_\parallel (polarizaciones S y P , respectivamente), α es la polarizabilidad, y K y iq son las proyecciones del vector de onda k , paralela y perpendicular a la interfaz, de tal manera que $\mathbf{k} = (\mathbf{K}, iq)$, $K^2 - q^2 = k^2$, $k = \sqrt{\epsilon_0}k_0$, con $k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$ y $\sqrt{\epsilon_0}$ el índice de refracción del medio que envuelve a la partícula (véase la Fig. 6.1).

En ausencia de scattering múltiple entre la partícula y la interfaz, y suponiéndola dentro del límite de Rayleigh, las expresiones (6.2) y (6.3) nos informan de que la fuerza se divide en una componente puramente de gradiente a lo largo de la dirección OZ , y una componente puramente de scattering y absorción dirigida según OX .

Un segundo ejemplo de descomposición lo proporciona el haz gaussiano dado por las Ecs. (C.1) y (C.2), más las (C.13) y (C.14). Consideremos ahora la partícula iluminada por este haz bajo ángulo $\theta_0 = 0^\circ$ (esto es, normal a la interfaz) y lo suficientemente lejos de la superficie plana como para que los efectos de scattering múltiple no sean importantes. Bajo estas condiciones, la partícula ha de sufrir una fuerza de scattering y absorción paralela al eje del haz (a lo largo de OZ), y una de gradiente perpendicular al eje (a lo largo de OX). Así, si la segunda es atractiva —hacia el eje—, la partícula quedará confinada en la dirección transversal. La fuerza ejercida sobre esta partícula pequeña, haciendo uso de (6.1) y para $1/W^2$ pequeño, queda:

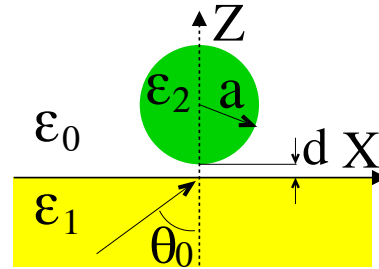


Fig. 6.1: Geometría de scattering.

$$F_x = -|T|^2 \frac{x}{W^2} \Re\{\alpha\}, \quad (6.4)$$

$$F_z = \frac{|T|^2}{2} k \Im\{\alpha\} \quad (6.5)$$

donde $k = \sqrt{\epsilon_0} k_0$.

La dependencia gaussiana de la fuerza en ambas componentes $\exp(-2x^2/W^2) \approx 1$, así como $g(x) \approx 1$ (veáanse las Ecs. (C.13) y (C.14)) en el rango de W y λ que vamos a manejar. Para anchuras pequeñas, ambas componentes exhiben una dependencia gaussiana, y así, ambas componentes cartesianas exhiben una fuerza más intensa cuando la partícula se aproxima al eje del haz. Se muestra, de nuevo, que la componente de gradiente se traduce en una dependencia en la parte real de la polarizabilidad, y la componente de scattering y absorción en una dependencia en la parte imaginaria de esta cantidad.

Las Ecs. (6.2) y (6.5) pueden reescribirse, en el caso de, por ejemplo, esferas, como:

$$F_x = \frac{|T|^2}{8\pi} \frac{K}{k} \exp(-2qz) C_{ext}, \quad (6.6)$$

$$F_z = \frac{|T|^2}{8\pi} C_{ext}, \quad (6.7)$$

haciendo uso de la expresión de la sección eficaz de extinción, según predice la teoría de Mie para esferas pequeñas, en el orden más bajo de expansión en el parámetro de tamaño ka (§A.1.3):

$$C_{ext} = 4\pi k a^3 \Im\left\{\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}\right\} + \frac{8\pi}{3} k^4 a^6 \left|\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}\right|^2. \quad (6.8)$$

con $\epsilon = \epsilon_2/\epsilon_0$. El primer término de la Ec. (6.8), sustituido en las Ecs. (6.6) y (6.7), da lugar a la presión de radiación ejercida por la onda evanescente y el haz gaussiano sobre la esfera, debido a la absorción. El segundo término corresponde a la fuerza de scattering. Ambas componentes apuntan en la misma dirección, y ésta es la razón por la que no hemos hecho distinción hasta ahora entre ellas. La aparición de componentes de absorción y scattering es evidente cuando la partícula es absorbente, aunque su separación analítica no es tan clara para partículas mayores.

6.2.2 Fuerzas atractivas y repulsivas. Condiciones de plasmón

Examinando las parejas de ecuaciones (6.2)–(6.3) y (6.4)–(6.5), observamos que la naturaleza atractiva y repulsiva de las componentes de gradiente y scattering + absorción dependen del signo de $\Re\{\alpha\}$ e $\Im\{\alpha\}$. En esta sección, caracterizamos estos comportamientos, que se traducen en un estudio de la polarizabilidad para partículas muy pequeñas. En tales condiciones, $ka \ll 1$, y podemos aproximar α por α_0 , cuyas partes real e imaginaria para una esfera (véase §5.2, Ec. 5.6) son:

$$\Re\{\alpha_0\} = a^3 \frac{(\epsilon' - 1)(\epsilon' + 2) + \epsilon''^2}{(\epsilon' + 2)^2 + \epsilon''^2} \quad (6.9)$$

$$\Im\{\alpha_0\} = a^3 \frac{3\epsilon''}{(\epsilon' + 2)^2 + \epsilon''^2} \quad (6.10)$$

donde hemos escrito $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$. Bajo estas consideraciones, obviamos los efectos de scattering, lo cual es una buena aproximación para partículas pequeñas de metales de alta calidad, ya que los efectos de absorción son predominantes sobre los de scattering. Usando la convención de esta tesis para la dependencia temporal de los campos harmónicos, $e^{-i\omega t}$, ϵ'' se mantiene positiva, haciendo que $\Im\{\alpha_0\}$ sea positiva. Por lo tanto, la fuerza de absorción es positiva y, como se muestra en la Ec. (6.8), la fuerza de scattering es también positiva, lo cual significa que la partícula es empujada a lo largo de la dirección del vector de onda, y en el sentido de la propagación, bajo la influencia de los efectos de scattering y absorción.

Como se señaló en la Ref. [Chaumet 00b], cuando el amortiguamiento es débil ($\epsilon'' \approx 0$), la expresión (6.9) es negativa para ϵ' en el intervalo $(-2, 1)$, lo cual significa que la fuerza de gradiente es positiva (repulsiva con respecto a la superficie plana, para onda evanescente, o el eje del haz gaussiano). Fuera de este intervalo, la fuerza es negativa (es decir, la fuerza de gradiente es atractiva hacia la superficie plana o el eje del haz). Así, hemos mostrado que la naturaleza atractiva y repulsiva de la fuerza de gradiente en una partícula metálica (que afecta al potencial de atrapamiento) no es sólo una cuestión de tamaño [Furukawa 98, Svoboda 94b].

Si consideramos amortiguamiento pequeño ($\epsilon'' \approx 0$, pero distinta de cero), podemos estudiar condiciones de resonancia. Para una esfera pequeña, esta condición es la que hace $\epsilon = -2$ [Raether 88, Bohren 83], lo cual significa que la frecuencia de la luz sintoniza con la frecuencia natural de oscilación del plasma de electrones en la partícula metálica. Esta condición es casi satisfecha por la plata, para la cual $\epsilon = -2 + i0.54$ para $\lambda = 353.39 \text{ nm}$ (compárese, por ejemplo con el oro: $\epsilon = -2 + i3.9$ para $\lambda = 485.45 \text{ nm}$), en vacío. (El tamaño de la partícula influencia, de todas maneras, esta condición y desplaza la longitud de onda resonante en la vecindad de $\epsilon = -2$, ya que ϵ'' no es nunca cero para un metal real. Esto provoca que tanto la altura como la anchura del pico resonante sean finitos). Si hacemos el límite $\epsilon' \rightarrow -2$, para $\epsilon'' \approx 0$, pero distinto de cero, se observa que $\Im\{\alpha_0\}$ se hace máximo, mientras que $\Re\{\alpha_0\}$ pasa por un cero, cambiando de signo. De esta manera, las condiciones de resonancia hacen que las fuerzas de scattering y absorción (véanse las Ecs. (6.6) y (6.7), combinadas con (6.8)) se hagan máximas, pero la fuerza de gradiente se hace mínima (en valor absoluto). La fuerza total alcanza un máximo. Esta caracterización de las componentes de la fuerza bajo condiciones de resonancia, aunque es evidente, no se ha explicado hasta ahora.

En el caso de partículas de diferente forma, la resonancia dipolar del plasmón cambia. Todas las ecuaciones examinadas más arriba son correctas, excepto en las que se ha sustituido la polarizabilidad de la esfera (Ecs. (6.6)–(6.10)). Para un cilindro, como vimos en §5.2.1, la polarizabilidad depende de la polarización, y los plasmones sólo pueden encontrarse en polarización P (analícense las expresiones (5.9) y (5.10)). Es fácil ver que la condición de resonancia se encuentra para la longitud de onda que hace $\epsilon = -1$, y que el intervalo en ϵ' que hace la fuerza de gradiente repulsiva con respecto a la interfaz plana (onda evanescente) o al eje del haz gaussiano, es $(-1, 1)$. Fuera de este intervalo, la fuerza de gradiente se hace atractiva, para ondas de polarización P .

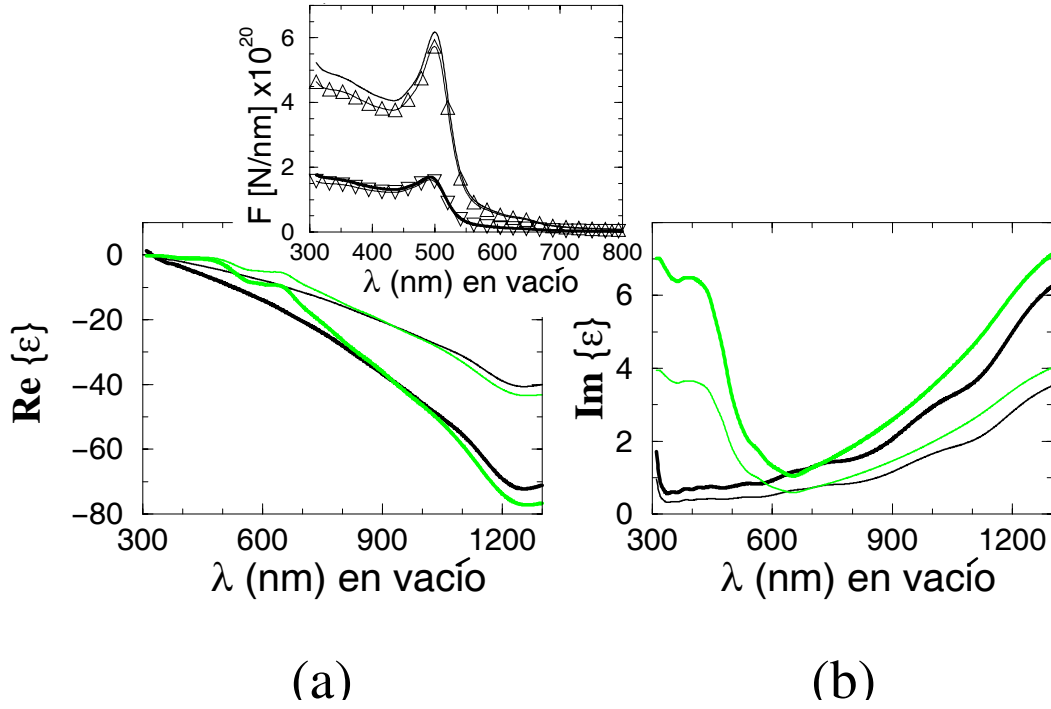


Fig. 6.2: Partes real (a) e imaginaria (b) de la permitividad dieléctrica de la plata en vacío (línea negra gruesa), en agua (línea negra fina), y oro en vacío (línea gris gruesa) y en agua (línea gris fina). La figura superior muestra la fuerza sobre un cilindro de oro ($a = 10 \text{ nm}$) en vacío (línea gruesa) y en agua (línea fina) calculada de modo exacto por medio de las series de Mie. Se ha realizado el mismo cálculo con la aproximación dipolar: línea fina con triángulos hacia abajo, cilindro de oro en vacío. Línea fina con triángulos hacia arriba, cilindro de oro en agua. La incidencia es con onda plana.

6.2.3 Ejemplos numéricos

En esta sección estudiamos dos casos de partícula metálica pequeña. Seleccionamos un radio de $a = 10 \text{ nm}$, y plata y oro como metales. La Fig. 6.2 muestra las partes real e imaginaria de la permitividad dieléctrica de ambos materiales cuando se sumergen en vacío (línea gruesa) o agua (línea fina). Las líneas oscuras representan plata y las líneas grises, oro. Como se ha explicado, la condición $\epsilon = -2$ para una esfera (y la correspondiente $\epsilon = -1$ para un cilindro) se alcanza para ϵ'' pequeña en el caso de plata, mientras que para oro la parte imaginaria de la permitividad dieléctrica es alta en la vecindad de estas condiciones. Es de ayuda sumergir la partícula en agua, ya que la condición se alcanza para una ϵ'' inferior. Las figuras superiores muestran la fuerza (frente a la longitud de onda) sobre un cilindro de oro, tanto en vacío (línea de trazo grueso) como en agua (línea de trazo fino), bajo incidencia con onda plana. El cálculo se ha realizado con el método de las series de Mie (exacto) y la aproximación dipolar (líneas con símbolos) ya explicada. Se comprueba que el uso de la aproximación dipolar está justificado para este tamaño de partícula y material. Se demostró lo mismo en Ref. [Chaumet 00b] para plata en vacío. De esta manera, el comportamiento resonante se puede ajustar bastante bien con esta aproximación.

La aproximación dipolar considera el campo homogéneo en el volumen de la partícula,

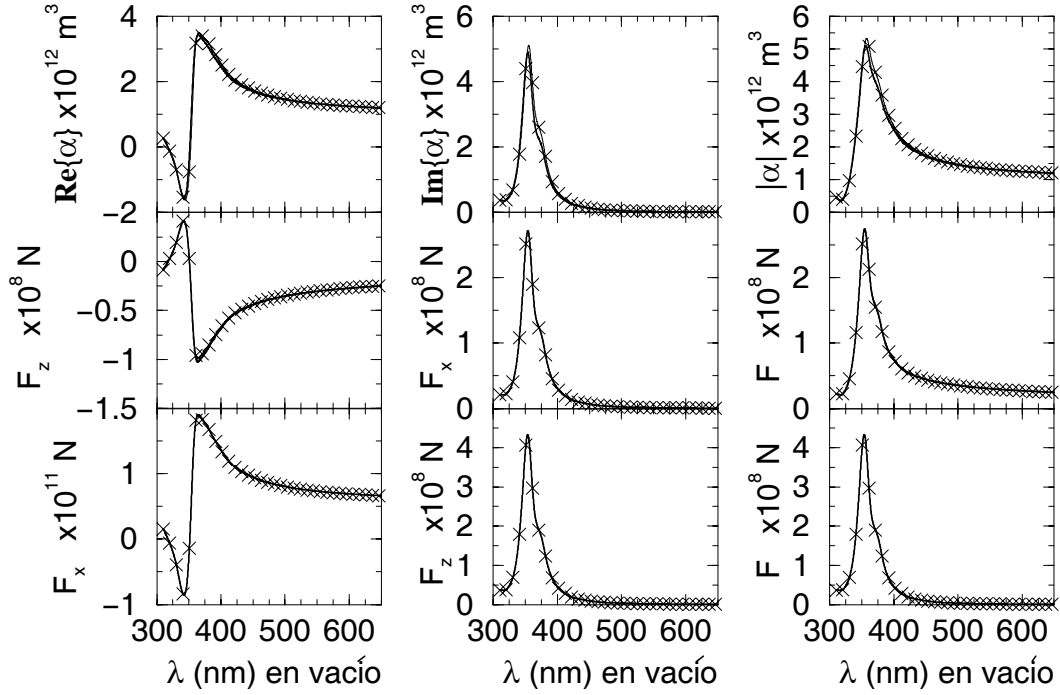


Fig. 6.3: Fila superior, de izquierda a derecha: parte real, imaginaria y módulo de la polarizabilidad de una esfera de plata ($a = 10 \text{ nm}$) en vacío. Fila de en medio, de izquierda a derecha: fuerza vertical, horizontal y módulo de la fuerza para la misma esfera bajo incidencia con onda evanescente ($\theta_0 = 50^\circ$) a $d = 20 \text{ nm}$. Fila inferior, de izquierda a derecha: fuerza horizontal, vertical y módulo de la fuerza para la misma esfera bajo incidencia con haz gaussiano ($W = 6000 \text{ nm}$) a $x_0 = -200 \text{ nm}$. Línea sin símbolo: polarizabilidad de Clausius-Mossotti con el término de radiación-reacción, línea con símbolo: polarizabilidad de Dungey y Bohren.

y esto no es coherente cuando el gradiente del campo es grande en distancias pequeñas comparadas con el tamaño de la partícula. Esto puede ocurrir cuando el ángulo de incidencia usado para RTI es grande, o cuando la anchura del haz gaussiano es demasiado pequeña. Volveremos sobre este punto más adelante. Esta figura también muestra que la resonancia se refuerza cuando el cilindro de oro se sumerge en agua ya que, como se explicó anteriormente, la condición de resonancia del plasmón dipolar se alcanza para una ϵ'' menor que en vacío.

La figura 6.3 muestra la relación, explicada previamente, que existe entre la fuerza de gradiente y la parte real de la permitividad dieléctrica, por un lado, y la fuerza de scattering + gradiente y la parte imaginaria de esta constante óptica, por otro lado, para una esfera de plata en vacío. En la fila superior de figuras, se muestra las componentes complejas y el módulo de la permitividad dieléctrica. Se han dibujado dos modelos de polarizabilidad: la de Clausius-Mossotti más el término de radiación-reacción de Draine (véase la Ec. 5.6), con línea de trazo continuo, y la de Dungey y Bohren (véase la Ref. [Dungey 91]), con línea de trazo discontinuo. La segunda fila de figuras, muestra las componentes (F_z y F_x) y el módulo de la fuerza sobre esta esfera, cuando se incide con una onda evanescente que ha sido creada bajo RTI, en una interfaz plana que separa vidrio, ($\sqrt{\epsilon_0} = 1.51$, desde donde tiene lugar la incidencia), de vacío, ($\sqrt{\epsilon_0} = 1$, donde se coloca la esfera). El ángulo de incidencia

es $\theta_0 = 50^\circ$ (ángulo crítico, $\theta_c = 41.47^\circ$). La partícula está situada a una altura $d = 20 \text{ nm}$. Las polarizaciones S y P se confunden para una esfera dipolar (la polarizabilidad no depende de la polarización para esta geometría de partícula) y la interacción con la interfaz plana es despreciable para un objeto tan pequeño a esta distancia d . La tercera fila de figuras, muestra las componentes F_x y F_z y el módulo de la fuerza para esta esfera, cuando la incidencia se realiza con un haz gaussiano de $W = 6000 \text{ nm}$, (nótese que ahora el papel de las fuerzas de gradiente y scattering + absorción está intercambiado en las componentes cartesianas, con respecto al caso de incidencia con la onda evanescente). El cálculo se ha realizado a $x_0 = -200 \text{ nm}$ con respecto al eje del haz (a lo largo de OZ). La fuerza de gradiente no es muy grande para esta anchura de haz, pero sigue firmemente la forma de línea de la parte real de la polarizabilidad, ya que se origina a partir de una fuerza de gradiente. Este comportamiento de atrapamiento es el mecanismo que se usa en la dirección transversal en las pinzas ópticas.

Como se ha mostrado, la parte real de la polarizabilidad gobierna la naturaleza atractiva y repulsiva de la fuerza de gradiente sobre partículas pequeñas, y, al mismo tiempo, explica que en condiciones de resonancia, la fuerza de gradiente es menor.

La figura 6.4 muestra las relaciones explicadas en la Fig. 6.3 para un caso diferente: la partícula es ahora un cilindro de oro inmerso en agua, y la incidencia se hace con polarización P . El comportamiento de la parte real de la polarizabilidad difiere del observado para plata, ya que es siempre positiva para las longitudes de onda usadas. Esto implica que la fuerza de gradiente permanece atractiva hacia las regiones de mayor intensidad de campo. El modelo de polarizabilidad usado, es el de la Ec. (5.10). De nuevo, la fuerza de scattering + absorción sigue la forma de la curva de la parte imaginaria de la polarizabilidad, mientras que la componente de gradiente sigue la de la parte real. El módulo de la fuerza no es proporcional al módulo de la polarizabilidad ahora, ya que la contribución de las dos componentes a la fuerza total está pesada diferentemente (véanse las figuras de la columna de la derecha). El ángulo crítico para crear ondas evanescentes en una configuración vidrio/agua ($\sqrt{\epsilon_0} = 1.51$ y $\sqrt{\epsilon_1} = 1.333$, respectivamente) es $\theta_c = 61.98^\circ$. La segunda fila en la Fig. 6.4 muestra dos ángulos de incidencia (mayores que este ángulo crítico): $\theta_0 = 62.5^\circ$ (línea continua) y $\theta_0 = 70^\circ$ (línea discontinua). Se observa que la fuerza F_z es más intensa (en valor absoluto) para el caso de $\theta_0 = 70^\circ$. Cuanto más grande es el ángulo de incidencia (siempre supuesto mayor que θ_c), más rápidamente decrece el factor exponencial $\exp(-2qz)$ en las Ecs. (6.2) y (6.3), por lo que la fuerza se hace más pequeña conforme θ_0 aumenta. Pero a distancias cortas z , este factor exponencial no es tan relevante como el factor lineal q en la Ec. (6.3), haciendo que la fuerza sea más intensa para $\theta_0 = 70^\circ$. De hecho, la fuerza de gradiente normalizada al campo evanescente incidente (es decir, dividida por $\exp(-2qz)$) debe aumentar con el ángulo de incidencia, porque esta magnitud depende, en realidad, del gradiente de la intensidad del campo. Esto es lo que ocurre aquí, pues en nuestro caso, el factor exponencial no varía apreciablemente (se mantiene constante para los dos ángulos de incidencia usados), por lo que es como si hubiéramos normalizado dividiendo por $\exp(-2qz)$.

La tercera fila de la Fig. 6.4 muestra los cálculos para dos anchuras de haz gaussiano (el cilindro se encuentra aislado en agua): $W = 6000 \text{ nm}$ (línea continua) y $W = 10000 \text{ nm}$ (línea discontinua). Se ve que cuanto menor es la anchura del haz gaussiano, más intensa es la fuerza de gradiente (de nuevo, como se explicó anteriormente, la fuerza de gradiente depende en realidad del gradiente de la intensidad del campo). Esta componente de la fuerza es demasiado pequeña para las anchuras usadas, haciendo que la fuerza total sea muy poco sensible a esta componente. La fuerza de scattering + absorción no es suficientemente sensible para esta anchura tan larga (véanse las Ecs. (6.4) y (6.5)), haciendo esta curva de fuerza similar a la del caso de onda plana (véase la figura superior en Fig. 6.2). Estudiando las

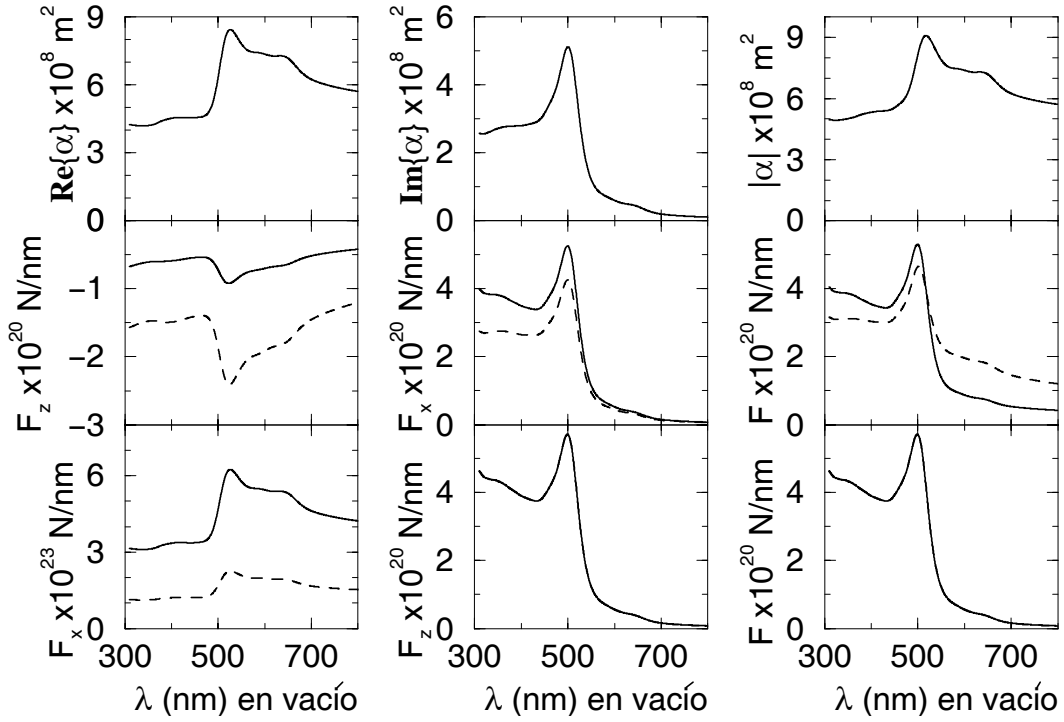


Fig. 6.4: Fila superior, de izquierda a derecha: parte real, imaginaria y módulo de la polarizabilidad en onda P (Clausius–Mossotti con el término de radiación–reacción) para un cilindro de oro ($a = 10 \text{ nm}$) en agua. Fila de en medio, de izquierda a derecha: fuerza vertical, horizontal y módulo de la fuerza en onda P para este cilindro en agua bajo incidencia con onda evanescente a $d = 20 \text{ nm}$. Línea continua: $\theta_0 = 62.5^\circ$, línea discontinua: $\theta_0 = 70^\circ$. Fila inferior, de izquierda a derecha: fuerza horizontal, vertical y módulo de la fuerza en onda P para este cilindro en agua bajo incidencia con haz gaussiano a $x_0 = -200 \text{ nm}$. Línea continua: $W = 6000 \text{ nm}$, línea discontinua: $W = 10000 \text{ nm}$.

curvas de las componentes de gradiente y scattering + absorción en ambos ejemplos de onda incidente, vemos que podemos analizar tres casos diferentes. Si consideramos la longitud de onda de resonancia del plasmón la del pico de la sección eficaz de scattering, existe, (a), una situación para longitud de onda larga para la cual, tanto la fuerza de gradiente como la de scattering + absorción son pequeñas comparadas con, (b), el caso de la longitud de onda de resonancia del plasmón; y hay, (c), otra situación en la vecindad de la resonancia del plasmón, para la cual la componente de scattering + absorción es mayor que la de (a), y, al mismo tiempo, la componente de gradiente es menor que, también, la de (a). En el caso de la esfera de plata solamente los casos (a) y (c) son posibles, prácticamente, como se desprende de la Fig. 6.3 (cuando la fuerza de scattering + absorción es máxima, la fuerza de gradiente es casi cero). De esta manera, las condiciones de resonancia siempre implican que la fuerza de scattering + absorción son grandes, pero esto no tiene por qué cumplirse para la componente de gradiente. A continuación, pasamos a estudiar las fuerzas y energías potenciales en función de las coordenadas cartesianas, en las tres situaciones (a), (b) y (c) descritas para el cilindro de oro en agua.

6.2.4 Energía potencial de un dipolo

A continuación estudiamos la acción mecánica de los campos electromagnéticos desde el punto de vista de energías potenciales. Un haz gaussiano crea un pozo de potencial (que puede considerarse parabólico para $x \ll W$), dando lugar a una línea de puntos críticos sobre el eje, que pueden ser de equilibrio estable o inestable para la partícula, dependiendo de su polarizabilidad. Para el caso de una onda evanescente, la partícula puede cambiar su energía potencial cuando ésta se acerca a la superficie, y la tasa de cambio puede ser tanto positiva como negativa dependiendo, de nuevo, de la polarizabilidad de la misma. La Fig. 6.5 ilustra el caso del cilindro de oro en agua, bajo la influencia de un haz gaussiano de polarización P , como el descrito por las Ecs. (C.1) y (C.2), más las (C.13) y (C.14), para $\theta_0 = 0^\circ$. Para poder comparar con las energía implicadas en el movimiento browniano, hemos normalizado las energías potenciales a $k_B T = 4.04 \times 10^{-21} J$, donde k_B es la constante de Boltzmann y $T = 293 K$ es la temperatura ambiente. La partícula se traslada paralela al eje OX . Hemos fijado la línea de tierra de la energía potencial en el eje del haz (a lo largo del eje OZ). En el rango óptico de longitudes de onda y considerando W del orden de micrómetros, la dependencia de la energía potencial con la coordenada x es parabólica, como se desprende de la Ec. (6.4), que muestra una fuerza tipo *Ley de Hooke*. Esta energía potencial puede ser escrita como:

$$V(x) = |T|^2 \frac{x^2}{2W^2} \Re\{\alpha\}. \quad (6.11)$$

Se han considerado tres longitudes de onda correspondientes a los casos descritos en la sección previa, y todas ellas dan como resultado una fuerza atractiva —sobre la partícula— hacia el eje del haz en polarización P (véase la Fig 6.4, fila inferior de figuras). Para $\lambda = 500 nm$ (línea negra gruesa), $\epsilon_2 = -2.81 + i3.18$, tanto la fuerza de gradiente como la de scattering + absorción son máximas; para $\lambda = 1064 nm$ (línea discontinua), $\epsilon_2 = -53.65 + i4.18$, tanto la fuerza de gradiente como la de scattering + absorción son mínimas, y para $\lambda = 479 nm$ (línea negra fina), $\epsilon_2 = -1.75 + i4.34$, la fuerza de gradiente es mínima mientras que la de scattering + absorción es máxima. La magnitud alta de la fuerza de gradiente hace que el pozo de potencial sea más cerrado, lo que implica que partícula queda más óptimamente confinada, como se puede ver en la Fig. 6.5. Las fuerzas a lo largo del eje OZ (fuerza de scattering + absorción) son $5.72 \times 10^{-20} N/nm$ para $\lambda = 500 nm$, $2.89 \times 10^{-22} N/nm$ para $\lambda = 1064 nm$, y $4.81 \times 10^{-20} N/nm$ para $\lambda = 479 nm$, como se extrae de la Fig. 6.4 (fila superior de figuras). La Fig. 6.5 también enseña cómo cambia la capacidad de confinamiento del pozo de potencial conforme se varía la anchura del haz gaussiano: la línea gris gruesa muestra un cálculo para $W = 10000 nm$, que hace más débil el confinamiento, y por tanto su capacidad para fines de atrapamiento. Los cálculos han sido realizados con el método integral exacto explicado en los apéndices B y C y la Ec. (5.45) (TTM), y también con la aproximación dipolar (líneas con símbolos), lo cual demuestra que este modelo es válido para esta partícula (tamaño y material), y para el gradiente creado por el haz gaussiano en este rango de W y longitudes de onda.

La figura 6.6 muestra la energía potencial de un cilindro pequeño de oro en agua, expuesto a un campo evanescente de polarización P , que ha sido creado en condiciones de RTI en una interfaz plana. El ángulo de incidencia es $\theta_0 = 62.5^\circ$ en (a), y $\theta_0 = 70^\circ$ en (b). Como se ha explicado, existe una fuerza de gradiente en la dirección vertical, que atrae o repele la partícula con respecto a la interfaz plana, dependiendo de $\Re\{\alpha\}$ (y la polarización, si es un caso en $2D$). Esto hace que la partícula posea una energía que depende exponencialmente

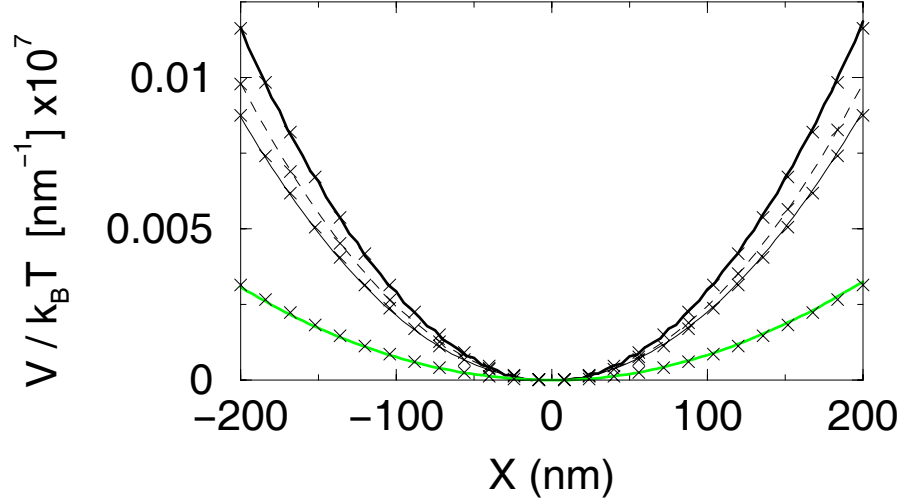


Fig. 6.5: Energía potencial de un cilindro de oro ($a = 10 \text{ nm}$) inmerso en agua, bajo la influencia de un haz gaussiano de polarización P , con eje paralelo al eje del cilindro, y situado en $x = 0$. El cilindro se mueve perpendicularmente al eje del haz. Línea negra gruesa: $\lambda = 500 \text{ nm}$ y $W = 6000 \text{ nm}$, línea negra fina: $\lambda = 479 \text{ nm}$ y $W = 6000 \text{ nm}$, línea discontinua: $\lambda = 1064 \text{ nm}$ y $W = 6000 \text{ nm}$. Línea gris gruesa: $\lambda = 479 \text{ nm}$ y $W = 10000 \text{ nm}$. Las líneas con símbolos representan los mismos cálculos realizados con la aproximación dipolar. k_B es la constante de Boltzmann y $T = 293 \text{ K}$ es la temperatura.

de la altura respecto a la interfaz. Fijando el cero de energía potencial en la superficie, esta energía es:

$$V(z) = \frac{|T|^2}{4} \Re\{\alpha\} [\exp(-2qa) - \exp(-2qz)] \quad (6.12)$$

Las curvas de la Fig. 6.6 muestran la energía para las longitudes de onda usadas previamente. El comportamiento de la polarizabilidad para estas longitudes de onda y polarización permite el confinamiento de la partícula a lo largo de la dirección OZ . Con el cero de energías usado, obtenemos que para $\lambda = 500 \text{ nm}$ (línea negra gruesa) la energía es máxima (condiciones de resonancia), lo cual también ocurre para la fuerza de gradiente (dirección vertical) y la fuerza de scattering + absorción (dirección horizontal). Para $\lambda = 1064 \text{ nm}$ (línea discontinua) la energía potencial es mínima, lo cual ocurre también para la fuerza de gradiente y la de scattering + absorción. Para $\lambda = 479 \text{ nm}$ (línea fina continua), la energía potencial es mínima (también la fuerza de gradiente), pero la fuerza de scattering + absorción es máxima. Esto es similar al comportamiento exhibido para el haz gaussiano, excepto en que ahora la energía potencial y la fuerza de gradiente para $\lambda = 479 \text{ nm}$ son mayores comparadas con estas magnitudes para $\lambda = 1064 \text{ nm}$. Esta inversión se explica como sigue: tanto la fuerza como la energía potencial dependen de la longitud de onda en el caso de la onda evanescente, a través de la polarizabilidad (aunque no sólo explícitamente, es decir, $\alpha = \alpha[\epsilon(\lambda), 2\pi/\lambda]$) y el factor q , y en el caso de haz gaussiano, la dependencia con

la longitud de onda ocurre sólo a través de la polarizabilidad (véanse las Ecs. (6.4) y (6.11)). Este factor q se puede expandir en la forma:

$$q(\lambda) = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_1 \sin^2 \theta_0 - \epsilon_0} \quad (6.13)$$

siendo λ la longitud de onda en el vacío. Cuando q es suficientemente pequeño (es decir, θ_0 grande pero cercano al valor de θ_c), se puede linealizar la Ec. (6.12) para obtener:

$$V(z) = \frac{|T|^2}{2} \Re\{\alpha\} q(z - a), \quad (6.14)$$

donde se muestra explícitamente que la pendiente de esta recta depende de $\alpha(\lambda)$ (que contiene la respuesta resonante de la partícula para la longitud de onda de resonancia) y $q(\lambda)$. Para $\lambda = 1064 \text{ nm}$, q es más de dos veces inferior al valor que tiene para $\lambda = 479 \text{ nm}$ (para el mismo θ_0), y α no experimenta tal cambio. Este resultado se puede apreciar en la gráfica de F_z frente λ en la Fig. 6.4, segunda fila de figuras. Los cálculos de la Fig. 6.6 se han realizado de nuevo con el método integral mencionado anteriormente y la Ec. (5.45) (TTM), y también con la aproximación dipolar (líneas con símbolos). La validez de la aproximación dipolar no sólo está sujeta a las condiciones de tamaños pequeños, a , e índice de refracción también pequeño, $\sqrt{\epsilon_2}$, de la partícula. De hecho, esta aproximación asume que el campo es homogéneo dentro del volumen de la partícula. Conforme hacemos crecer θ_0 por encima de θ_c (manteniendo $\theta_0 < 90^\circ$), es posible hacer el gradiente de la intensidad de campo tan grande como se desee en el interior de la partícula, saliéndonos, de esta manera, de la aproximación dipolar, para tamaño e índice de refracción fijos. (Lo mismo ocurre para el haz gaussiano, disminuyendo en este caso W). La Fig 6.6(b) (línea discontinua con cruces) muestra que esta aproximación ya no es válida cuando aumentamos θ_0 por encima de 70° . Todos los cálculos con la aproximación dipolar en la Fig. 6.6(b) muestran este comportamiento respecto al exacto, como se ve para $\lambda = 1064 \text{ nm}$, aunque no los dibujamos aquí por claridad de la figura. Sin embargo, se comprueba que el comportamiento de la fuerza se entiende bastante bien con la aproximación dipolar, incluso cuando ésta no proporciona el valor exacto.

6.2.5 Efectos del scattering múltiple con una interfaz

Una situación realista, no considerada hasta ahora, es aquélla en la que existe interacción con la interfaz plana. Los cálculos numéricos rigurosos realizados para las situaciones descritas no muestran cambio apreciable con respecto a los cálculos dipolares, excepto en las situaciones en las que la partícula se encuentra a distancias d menores que 10 nm. (En estas distancias la fuerza óptica podría, además, no ser la más importante). Se puede encontrar un estudio con estas partículas pequeñas considerando el scattering múltiple entre el objeto y la superficie en las Refs. [Lester 99, Chaumet 00b, Chaumet 00a]. El scattering múltiple con la interfaz es relevante cuando el tamaño de partícula está fuera de la aproximación dipolar, situación en la cual se altera el comportamiento de las fuerzas incluso a distancias de varias longitudes de onda (como veremos en la sección 6.3). De esta manera, si queremos considerar una situación para la cual la interacción múltiple sea notable, tenemos que considerar también partículas grandes (la afirmación inversa también se cumple: si queremos estudiar partículas mayores, tenemos que considerar el problema completo, en el cual el scattering múltiple con

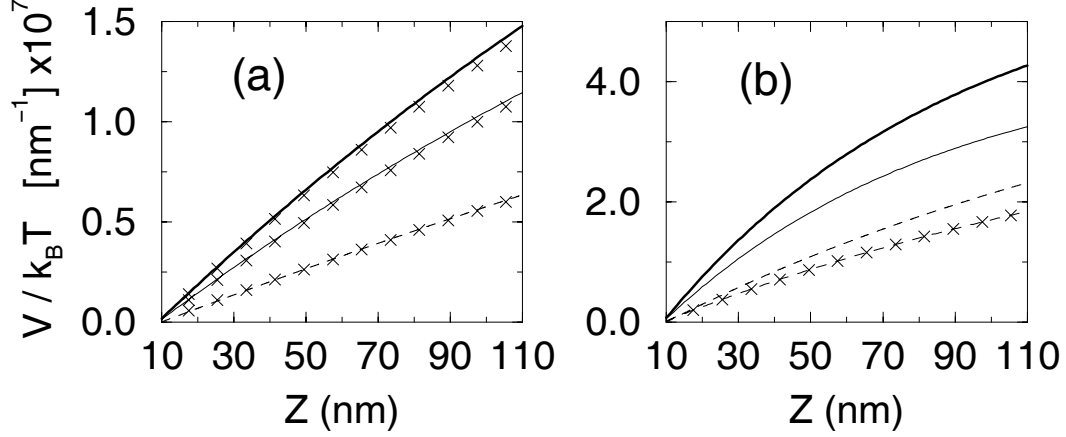


Fig. 6.6: Energía potencial de un cilindro de oro ($a = 10 \text{ nm}$) inmerso en agua bajo la influencia de una onda evanescente incidente sobre el plano OXZ . El cilindro se mueve a lo largo del eje OZ . Línea negra gruesa: $\lambda = 500 \text{ nm}$, línea negra fina: $\lambda = 479 \text{ nm}$, línea discontinua: $\lambda = 1064 \text{ nm}$. Las líneas con símbolos representan los mismos cálculos realizados con la aproximación dipolar. (a): $\theta_0 = 62.5^\circ$, (b): $\theta_0 = 70^\circ$. k_B es la constante de Boltzmann y $T = 293 \text{ K}$ es la temperatura.

la interfaz es notable). Cuando el tamaño de la partícula crece (fuera de la aproximación dipolar), aparece scattering múltiple en la partícula y una descripción cuantitativa de la fuerza y la energía potencial en términos de la polarizabilidad ya no es suficiente. Sin embargo, esta descripción sigue siendo útil cualitativamente, e incluso proporciona el signo de la fuerza y el comportamiento en resonancia (que se encontrará, entonces, para otras longitudes de onda) [Arias-González 02c]. La interacción con un sustrato perturba el campo cercano de tal manera que hace aparecer ondas propagantes en los casos de incidencia en RTI, y ondas evanescentes en el caso de incidencia con sólo ondas propagantes. Así, la mezcla de fuerzas de gradiente y de scattering + absorción hace que la descomposición que hemos hecho para partículas pequeñas ya no sea estrictamente válida. Esta competición entre ambas componentes de la fuerza puede cambiar el signo de la fuerza (esto es, puede cambiarla de atractiva a repulsiva, y viceversa), aunque no se ha encontrado ningún trabajo, experimental o teórico, que haya manifestado este fenómeno hasta ahora. Un estudio de las fuerzas de gradiente y scattering + absorción sobre una partícula aislada nos da una idea de lo que puede ocurrir en situaciones de scattering múltiple. Desde este punto de vista, el análisis de las condiciones de resonancia realizado aquí enseña que las condiciones de resonancia implican que la componente de scattering + absorción es máxima, pero la fuerza de gradiente puede ser tanto máxima como mínima. Estudiamos estos casos a continuación.

6.3 Cilindros de tamaño comparable a la longitud de onda

La figura 6.7 inferior muestra las eficiencias de extinción y absorción (§A.1.2 y §A.2.2) para un cilindro de oro ($a = 125 \text{ nm}$), tanto en agua como en vacío, iluminado por una onda

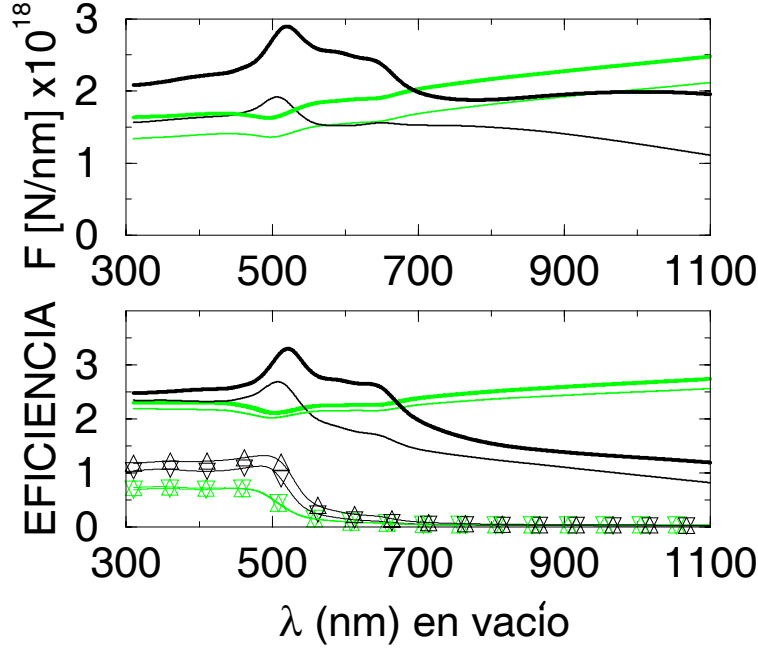


Fig. 6.7: Figura superior: fuerza vertical sobre un cilindro de oro. Figura inferior: eficiencia de extinción del mismo cilindro. La incidencia es una onda plana. Línea gruesa: cilindro en agua, línea fina: cilindro en vacío. Línea negra: polarización P , línea gris: polarización S . Líneas con triángulos hacia arriba en la figura inferior: eficiencia de absorción en agua. Líneas con triángulos hacia abajo en la figura inferior: eficiencia de absorción en vacío.

plana a $\theta_0 = 0^\circ$. Se observa que la eficiencia de extinción se amplifica en incidencia con polarización P , debido a la excitación de una resonancia de plasmón [Arias-González 01b]. Esta resonancia es mayor, de nuevo, cuando el objeto se sumerge en agua. El comportamiento que exhibe la eficiencia de extinción es similar al de la fuerza vertical inducida sobre la partícula, como se muestra en la Fig. 6.7 superior. De hecho, si se expresa la fuerza como $F = I_0 C_{pr}/c$, donde I_0 es la intensidad incidente y $C_{pr} = C_{ext} - \overline{\cos\theta} C_{sca}$ es la sección eficaz de presión de radiación (§A.1.2 y §A.2.2), para partículas pequeñas —y no necesariamente dipolares—, C_{ext} (sección eficaz de extinción) es más relevante que $\overline{\cos\theta} C_{sca}$ ($\overline{\cos\theta} C_{sca}$ promedio del coseno del ángulo de la sección eficaz de scattering), y como $C_{ext} = C_{sca} + C_{abs}$ (siendo C_{sca} y C_{abs} las secciones eficaces de scattering y absorción, respectivamente), esta fuerza es positiva, y viene dada aproximadamente por una suma de las componentes de scattering y absorción.

A continuación, consideramos iluminación con un haz gaussiano en incidencia normal ($\theta_0 = 0^\circ$). En estas condiciones, aparece una fuerza de gradiente en la dirección OX , que puede atraer o repeler a la partícula respecto al eje del haz. Aparece, también, una fuerza de scattering + absorción en la dirección OZ . La Fig. 6.8 muestra la energía potencial de un cilindro de oro que se desplaza transversalmente al eje del haz desde $x = 0$. El cero de energía se ha fijado en $x = 0$, y la normalización de la energía es, como antes, $k_B T = 4.04 \times 10^{-21}$ J, con k_B la constante de Boltzmann y $T = 293$ K la temperatura ambiente. En las Figs. 6.8(a)

y 6.8(c), se considera polarización S , y en las Figs. 6.8(b) y 6.8(d), polarización P . Para las Figs. 6.8(a) y 6.8(b) se ha usado la longitud de onda $\lambda = 1064 \text{ nm}$ ($\epsilon_2 = -53.65 + i4.18$), y para las Figs. 6.8(c) y 6.8(d) $\lambda = 532 \text{ nm}$ ($\epsilon_2 = -5.60 + i2.18$), excitando el plasmón (como se desprende de la Fig. 6.7). Se han usado dos anchuras de haz: $W = 10000 \text{ nm}$ (línea de trazo grueso) y $W = 6000 \text{ nm}$ (línea de trazo fino), y dos distancias a la interfaz: $d = 175 \text{ nm}$ (línea negra continua) y $d = 375 \text{ nm}$ (línea gris continua). Las líneas discontinuas representan el caso ideal en el que el scattering múltiple entre el plano y la partícula no existe. Por establecer una comparación, se ha dibujado también el caso de un cilindro (con el mismo radio) de vidrio ($\sqrt{\epsilon_2} = 1.5$) en agua, a $d = 175 \text{ nm}$ y $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, en las figuras insertadas en Figs. 6.8(c) para polarización S , y 6.8(d) para polarización P . El caso del cilindro de oro es interesante porque muestra un pozo de potencial para polarización P y un pozo invertido de potencial para polarización S . De esta manera, la fuerza de gradiente es dependiente de la polarización, atrayendo al cilindro de oro hacia las regiones de mayor intensidad, en polarización P , y repeliéndolo, respecto a estas zonas, en polarización S . Por contra, ambas polarizaciones producen el efecto de atracción, hacia estas regiones, en el caso de un cilindro de vidrio. Para el cilindro de oro, la Fig. 6.7 nos ha enseñado que las condiciones de resonancia refuerzan las fuerzas de scattering y absorción (este comportamiento también ocurre para el haz gaussiano en la dirección vertical, como también se mostrará en la Fig. 6.9(a)). En el caso de la fuerza de gradiente, en la dirección lateral, se muestra que el pozo de potencial es más débil cuando la longitud de onda es la resonante, lo cual significa que la fuerza de gradiente es menor en condiciones de resonancia de plasmón. También, las curvas muestran que si se estrecha el haz, la fuerza lateral se hace más intensa. Los cálculos que se han hecho incluyendo la interacción con el plano, dan ligeras diferencias con respecto a los del caso ideal (sin interacción), para las dos distancias d consideradas más arriba. Después de normalizar con los correspondientes coeficientes de Fresnel de la interfaz plana, se comprueba que todas las curvas que asumen múltiple interacción coinciden con las que no lo asumen, salvo ligeras desviaciones en los casos de las Figs. 6.8(a) y 6.8(b). (De hecho, en los casos de las Figs. 6.8(c) y 6.8(d), las curvas para las dos distancias d y $W = 6000 \text{ nm}$ coinciden, mientras que no ocurre lo mismo en los casos de las Figs. 6.8(a) y 6.8(b). Nótese que, para $W = 10000 \text{ nm}$, en las Figs. 6.8(c) y 6.8(d), hemos dibujado sólo el resultado que no incluye interacción con la interfase). La fuerza para las dos distancias usadas es diferente cuando $\lambda = 1064 \text{ nm}$. Lo mismo ocurre para un cilindro dieléctrico a $\lambda = 532 \text{ nm}$. (Véase la Fig. 6.9(a), las fuerzas para las dos distancias d están en fase, en el patrón de oscilaciones, para $\lambda = 532 \text{ nm}$, y en oposición de fase para $\lambda = 1064 \text{ nm}$. Para un cilindro dieléctrico, no mostrado aquí, las oscilaciones de la fuerza tienen pequeña amplitud y las curvas de fuerza son casi coincidentes con las obtenidas para el caso aislado).

La figura 6.9 muestra la fuerza sobre un cilindro que se aproxima a la interfaz a lo largo de la normal a ésta. Las curvas que incluyen interacción con el plano (línea continua) muestran el patrón oscilatorio de la fuerza (véase la sección 5.4, Figs. 5.3 y 5.4), lo cual constituye una transducción del patrón de interferencia en campo cercano formado en el espacio que hay entre la partícula y la interfaz. La línea discontinua presenta el caso de un cilindro aislado, demostrando que el patrón de interferencia es sólo debido a la interacción con la superficie. De nuevo, la línea negra es para polarización P y la línea gris para polarización S . La longitud de onda usada es $\lambda = 1064 \text{ nm}$ excepto en las curvas de línea de trazo grueso (que se considera interacción con el plano) en la Fig. 6.8(a), y las curvas de línea discontinua con cruces (en las que no se considera dicha interacción), que presentan el caso resonante para $\lambda = 532 \text{ nm}$. La Fig. 6.8(a) muestra el caso de incidencia normal. Se ve que para polarización P , la fuerza (que es la misma que una fuerza de scattering + absorción) a

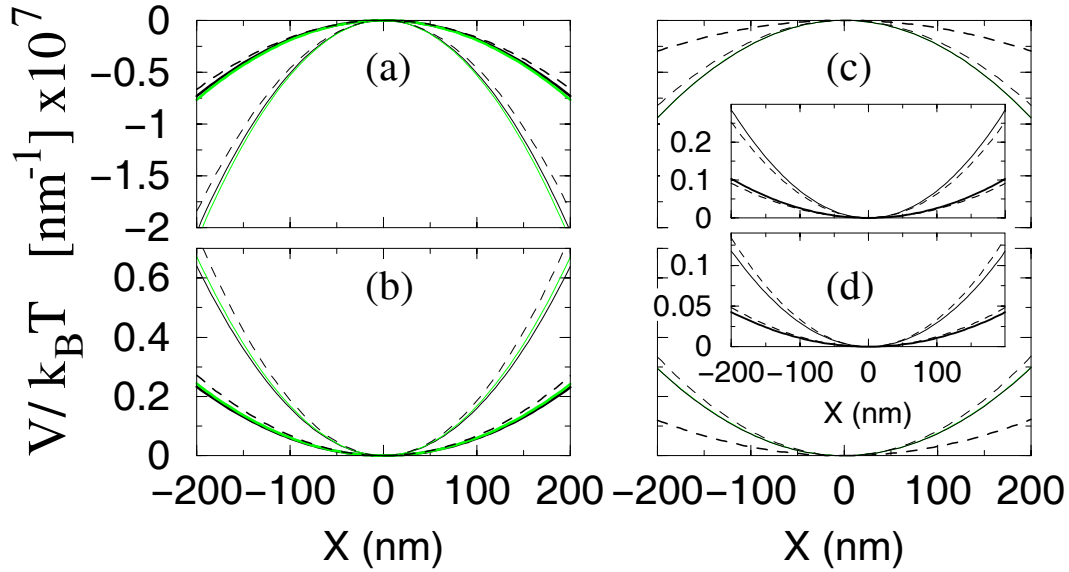


Fig. 6.8: Energía potencial de un cilindro de oro ($a = 125 \text{ nm}$) en agua bajo la influencia de un haz gaussiano, $\theta_0 = 0^\circ$. (a): $\lambda = 1064 \text{ nm}$ (polarización S), (b): $\lambda = 1064 \text{ nm}$ (polarización P), (c): $\lambda = 532 \text{ nm}$ (polarización S), (d): $\lambda = 532 \text{ nm}$ (polarización P). Figura insertada en (c): cilindro de vidrio ($a = 125 \text{ nm}$) en agua, $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ (polarización S). Figura insertada en (d): cilindro de vidrio ($a = 125 \text{ nm}$) en agua, $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ (polarización P). Línea gruesa: $W = 10000 \text{ nm}$, línea fina: $W = 6000 \text{ nm}$. Línea negra continua: $d = 175 \text{ nm}$, línea gris continua: $d = 375 \text{ nm}$, línea discontinua: sin interfaz. Nótese que los casos (c) y (d) sólo tienen el caso de no interacción con el plano para $W = 10000 \text{ nm}$, y que para $W = 6000 \text{ nm}$ las curvas para $d = 175 \text{ nm}$ y para $d = 375 \text{ nm}$ coinciden.

la longitud de onda resonante, es más intensa debido a la excitación del plasmón, como se mencionó anteriormente. Nótese además que, en este caso, el patrón de oscilaciones tiene una frecuencia más alta, ya que ahora el espacio que existe entre cilindro y superficie es más ancho en unidades de longitud de onda. La Fig. 6.8(b) muestra la componente normalizada F_x de la fuerza que se obtiene en condiciones RTI, para $\theta_0 = 70^\circ$, y las Figs. 6.8(c) y 6.8(d) muestran la componente F_z , también normalizada, en las mismas condiciones RTI, para $\theta_0 = 62.5^\circ$ y $\theta_0 = 70^\circ$, respectivamente. La normalización ha sido realizada dividiendo por el factor $\exp(-2qz)$ (donde $q = (2\pi/\lambda)\sqrt{\epsilon_1 \sin^2 \theta_0 - \epsilon_0}$), que contiene el decaimiento exponencial de la fuerza [Chaumet 00a, Chaumet 00b]. Estas curvas muestran de nuevo (ahora para un campo evanescente) que la fuerza de scattering + absorción (ahora paralela a la interfaz, véase Fig. 6.8(b)) es más intensa en condiciones de resonancia (excitación del plasmón en polarización P). Por contra, la fuerza de gradiente (ahora normal a la interfaz, véanse las Figs. 6.8(c) y 6.8(d)), después de quitar la normalización mencionada, es más débil bajo condiciones de resonancia (nótese que $\exp(-2qz)$ decrece más rápido para $\lambda = 532 \text{ nm}$).

La figura 6.10 muestra la energía potencial creada por el campo evanescente en la dirección vertical sobre el cilindro de oro en agua. El ángulo de incidencia es $\theta_0 = 62.5^\circ$ en 6.10(a) y 6.10(b), y $\theta_0 = 70^\circ$ en las Figs. 6.10(c) y 6.10(d). La incidencia con polarización S se representa en las Figs. 6.10(a) y 6.10(c), y con polarización P en 6.10(b) y 6.10(d). Las figuras insertadas correspondientes muestran el caso de un cilindro de vidrio en agua y $\lambda = 632.8$

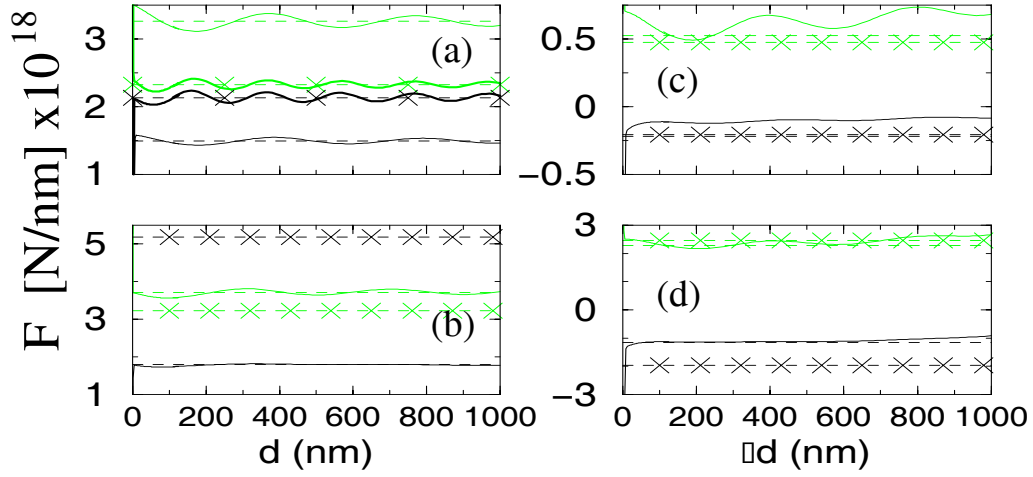


Fig. 6.9: Fuerza sobre un cilindro de oro ($a = 125 \text{ nm}$) en agua. Incidencia con haz gaussiano ($W = 10000 \text{ nm}$). (a): F_z , $\theta_0 = 0^\circ$, (b): F_x normalizada, $\theta_0 = 70^\circ$ (RTI), (c): F_z normalizada, $\theta_0 = 62.5^\circ$ (RTI), (d): F_z normalizada, $\theta_0 = 70^\circ$ (RTI). Línea negra: polarización P , línea gris: polarización S . Línea continua: considerando interacción con el plano. Línea discontinua: sin interacción con el plano. Línea gruesa en (a) y línea discontinua con símbolos: $\lambda = 532 \text{ nm}$ (en todas); resto de líneas: $\lambda = 1064 \text{ nm}$.

nm . La fuerza de gradiente, responsable de las curvas con decaimiento exponencial, es, de nuevo, dependiente de la polarización, cambiando el comportamiento del potencial, de confinante (polarización P) —en la dirección transversal al plano—, a repulsivo respecto a la interfaz (polarización S). Esto no ocurre en el caso del cilindro de vidrio (véanse las figuras insertadas), donde ambas polarizaciones dan lugar a una fuerza atractiva hacia el plano. El cero de energía potencial se ha fijado en $d = 1000 \text{ nm}$ (aunque para $\theta_0 = 70^\circ$, o ángulos de incidencia superiores, esto es, aproximadamente, lo mismo que considerar $V(z = +\infty) = 0$), y la normalización a $k_B T$ es la misma que la usada en la Fig. 6.8. Se ha visto que cuanto mayor es el ángulo de incidencia, más rápida es la variación de la fuerza con d , pero la magnitud de ésta es menor cuando θ_0 aumenta (supuesto mayor que θ_c) a una distancia fija d , ya que decae exponencialmente más rápidamente con z . Las líneas grises representan el caso de $\lambda = 1064 \text{ nm}$ (no resonante) y las líneas negras corresponden a $\lambda = 532 \text{ nm}$ (excitación del plasmón), mostrando de nuevo que el potencial confinante (creado por la fuerza de gradiente) es más débil en la condición de resonancia. Las líneas gruesas representan el cálculo exacto que incluye la interacción con el plano, mientras que las líneas finas con cruces representan el del cilindro aislado en el campo evanescente. Esta vez, las curvas han sido normalizadas a los coeficientes de Fresnel, y se ve que la interacción con el plano es relevante para la energía potencial solamente para ángulos justo por encima del ángulo crítico, debido al rápido decaimiento de la onda evanescente ($\theta_0 = 62.5^\circ$). La variación de la fuerza para este ángulo de incidencia es muy pequeña, y las oscilaciones de la fuerza, debidas a la interfaz, se notan muy poco en la energía potencial (véase la Fig. 6.9(c)). Además, el uso de un haz gaussiano para crear el campo evanescente, en los cálculos en los que se considera el scattering múltiple, introduce grandes diferencias con respecto a los de la partícula aislada, donde se ha considerado una onda evanescente ideal que se extiende infinitamente. Para ángulos de incidencia mayores, la variación de la fuerza frente a d es lo suficientemente

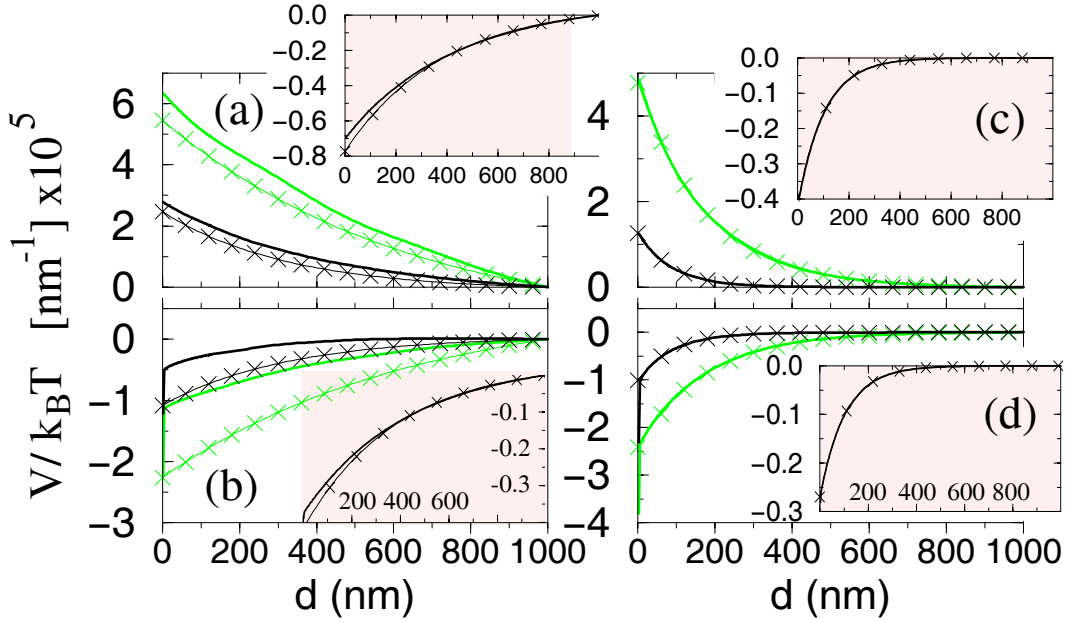


Fig. 6.10: Energía potencial de un cilindro de oro ($a = 125 \text{ nm}$) en agua bajo la influencia de una onda evanescente, creada en RTI (incidencia gaussiana, $W = 10000 \text{ nm}$). (a): $\theta_0 = 62.5^\circ$ (polarización S), (b): $\theta_0 = 62.5^\circ$ (polarización P), (c): $\theta_0 = 70^\circ$ (polarización S), (d): $\theta_0 = 70^\circ$ (polarización P). Línea gruesa: considerando interacción con el plano. Línea fina con símbolos: sin interacción con el plano. Línea negra: $\lambda = 532 \text{ nm}$, línea gris: $\lambda = 1064 \text{ nm}$. Figuras insertadas: lo mismo para un cilindro de vidrio en agua y $\lambda = 632.8 \text{ nm}$.

grande como para oscurecer los efectos de las oscilaciones de la fuerza con d , así como los efectos que provienen del uso de un haz de anchura finita, permitiendo que la interacción con el plano se note poco en las curvas de la energía potencial.

6.4 Conclusiones

La ecuación 6.1 muestra explícitamente la dependencia de la fuerza de gradiente con la parte real de la polarizabilidad, y las fuerzas de scattering y absorción con la parte imaginaria.

Comentábamos, en la introducción, que las partículas dieléctricas (sin absorción) siempre son atraídas hacia las regiones de mayor intensidad de campo. Esto es así porque la parte real de la polarizabilidad es siempre positiva (siempre que las partículas sean ópticamente más densas que el medio que las rodea, es decir $\Re\{\epsilon_2/\epsilon_0\} > 1$). Los modos de galería susurrante, o resonancias morfológicas de partículas dieléctricas, no pueden ser analizados bajo la aproximación dipolar puesto que implican scattering múltiple en la partícula [Arias-González 00, Arias-González 01b].

Las partículas metálicas permiten, como se ha explicado, encontrar situaciones en las que las fuerzas las alejan de las zonas de máxima intensidad de campo. Esto es lo mismo que decir que se crean pozos de potencial invertidos en incidencia con haces gaussianos, y partículas metálicas “flotando” en campos evanescentes. (El atrapamiento de estas partículas requie-

re montajes más sofisticados [Sasaki 92, Ashkin 74]). No hemos mostrado estos casos de repulsión en las partículas dipolares por brevedad, pero están presentes para las mismas longitudes de onda usadas en los cilindros de Figs. 6.4–6.6, pero en polarización S . Estos casos se pueden encontrar también para cilindros dipolares en incidencia con polarización P para $-1 < \epsilon' < 1$ (con ϵ'' pequeña), y en esferas para $-2 < \epsilon' < 1$ (con ϵ'' pequeña), según las Ecs. (6.9) y (5.10). De esta manera, vemos que las partículas metálicas pequeñas pueden presentar comportamiento atractivo y repulsivo.

Hemos mostrado que la excitación de un plasmón en una partícula metálica dipolar está relacionado con el cambio de signo de la fuerza de gradiente. Además, el comportamiento resonante implica fuerzas de scattering y absorción grandes, pero no para la fuerza de gradiente, que puede ser incluso menor con respecto al caso no resonante (por ejemplo, véase el caso de la esfera de plata de Fig. 6.3).

Trabajar con la energía potencial es útil. Cuando se busca atrapar una partícula, las curvas de esta energía han de ser pozos de potencial, y la fuerza responsable es la de gradiente. Por otro lado, la energía generada por las componentes de scattering y absorción dan lugar a una dependencia lineal con la correspondiente coordenada longitudinal. Esta energía crece conforme la partícula se traslada, lo cual significa que la partícula es acelerada por la influencia de un campo electromagnético [Ashkin 70].

Para cilindros con tamaños comparables a la longitud de onda, hemos encontrado que los dieléctricos siguen el comportamiento atractivo ya descrito, mientras que los metálicos vuelven sufrir atracción o repulsión respecto a las regiones de máxima intensidad de campo, dependiendo de la polarización. De nuevo, la excitación de un plasmón —polarización P — para estas partículas mayores enseña que la fuerza de scattering y absorción crece respecto al caso no resonante, pero que la fuerza de gradiente disminuye, también respecto a este caso. Para polarización S , todas las componentes muestran un comportamiento monótono con λ .

La interacción con una interfaz próxima no cambia este comportamiento pero puede modificar los resultados cuantitativos cuando la partícula está lo suficientemente próxima y/o es lo suficientemente grande.

Las simulaciones de la esfera y el cilindro se han realizado suponiendo un campo incidente de amplitud unidad (en unidades de Gauss) sobre la superficie. Esto significa que la intensidad incidente en la superficie es del orden de $10^{-3} \text{ mW}/\mu\text{m}^2$. Los cálculos para el cilindro son por unidad de longitud. Suponiendo un cilindro de longitud $L = 10 \mu\text{m}$, un área iluminada de $10^2 \mu\text{m}^2$ y una potencia incidente $P_0 = 0.1 \text{ mW}$ (para recuperar la intensidad que hemos usado), la energía potencial en la Fig. 6.5 es $V/k_B T \sim 10^{-5}$ y en la Fig. 6.6 es $V/k_B T \sim 10^{-3}$.

*Puedo prometer ser sincero, pero
no imparcial.*

– Johann Wolfgang von Goethe

CAPÍTULO 7

MICROSCOPIA FOTÓNICA DE FUERZAS

La microscopía fotónica de fuerzas es una técnica de exploración de superficies para hacer imágenes a escala nanométrica. En este capítulo exponemos cálculos exactos de la fuerza que el campo electromagnético cercano ejerce sobre una nanopartícula en presencia de una superficie corrugada. La iluminación del sistema excita los modos propios. El cálculo es en dos dimensiones, por lo que la partícula es en realidad un nanocilindro que explora la topografía paralelo a la interfaz. El sistema constituye un modelo de transducción de la fuerza en señal de microscopía para hacer una imagen topográfica de la superficie. Las resonancias electromagnéticas de la partícula usada como sonda detectora amplifican la señal.

En este trabajo se estudian sondas detectoras de silicio (dieléctricas) y de plata (metálicas), excitando los modos de galería susurrante y los plasmones superficiales, respectivamente. Se analiza la señal proporcionada por la fuerza y se compara con las conocidas técnicas de microscopía de campo cercano (SNOM) a distancia constante. Los resultados muestran, que la microscopía fotónica de fuerzas proporciona una imagen de la topografía superficial a escala nanométrica, y que esta imagen es mejor cuando se excitan resonancias en la nanosonda; en especial, en puntas metálicas con resonancias de plasmón.

7.1 Introducción

La microscopía fotónica de fuerzas, [Ghislain 93, Florin 96, Wada 00], se concibió como una técnica de microscopía, basada en la exploración mediante el uso de una partícula detectora, para medir fuerzas ultrapequeñas en el rango que va de fracciones a varios cientos de piconewtons por nanómetro, con potencias de láser de varios milivatios, entre partículas coloidales, [Crocker 94], o en componentes blandos de materia tales como membranas celulares, [Stout 97], y proteínas u otras ligaduras macromoleculares, [Smith 96]. En este sistema una partícula dieléctrica de unos pocos cientos de nanómetros, sujeta por medio de *pinzas ópticas* (optical tweezers) [Ashkin 86, Clapp 99, Sugiura 97, Dogariu 00], rastrea la super-

ficie objeto. La constante de recuperación de la trampa óptica es tres o cuatro órdenes de magnitud menor que en los cantiléveres de los microscopios de fuerza atómica, y la posición de la sonda puede ser medida con resolución de unos pocos nanómetros en el rango de microsegundos [Florin 96].

Preliminarmente, se informó de que las partículas metálicas sufrían fuerzas electromagnéticas repulsivas debido a su elevada sección eficaz [Ashkin 92], aunque se demostró posteriormente, [Svoboda 94b], que las partículas metálicas nanométricas (con diámetros menores que 50 nm) pueden ser atrapadas con una pinza óptica en la región focal del haz láser. Más adelante, se demostró con un experimento, [Sasaki 00], que las partículas metálicas iluminadas con una onda evanescente creada en RTI en un sustrato, sufrían una fuerza vertical que las atraía hacia la superficie, al mismo tiempo que eran empujadas horizontalmente en la dirección de propagación de la onda evanescente, a lo largo de la interfaz. Se midieron fuerzas en el rango del fN .

Como en el caso de microscopía atómica de fuerzas (AFM: atomic force microscopy), se puede obtener una imagen de la topografía superficial con un microscopio fotónico de fuerzas transduciendo la fuerza óptica inducida por el campo cercano en la sonda detectora [Hörber 01].

De igual modo en microscopía óptica de campo cercano, OCC (NFO: near-field optics) [Pohl 93], la resolución viene dada por el tamaño de la partícula y su proximidad a la superficie¹. Es bien sabido, sin embargo [Nieto-Vesperinas 96, Greffet 97], que a menudo los efectos de scattering múltiple y artefactos provocan que las imágenes obtenidas no guarden parecido con la topografía real. Este hecho ha constituido uno de los problemas básicos en OCC. En este capítulo mostramos, mediante simulaciones numéricas basadas en teoría y cálculo riguroso (§B y §C), que la detección de fuerzas ópticas en la partícula da lugar a imágenes topográficas, y de esta manera exponemos un método de predicción e interpretación para monitorizar las variaciones de la señal de fuerza con la topografía, posición de la partícula, y condiciones de iluminación. Esta teoría subraya los fundamentos de las operaciones con microscopía fotónica de fuerzas. La amplificación de la señal permite disminuir el tamaño de la partícula a la escala nanométrica, aumentando así la resolución de la fuerza y los detalles espaciales. La fuerza óptica ejercida sobre la partícula presenta un contraste invertido respecto al de la topografía de la superficie. Este reverso está relacionado con el decaimiento de la fuerza vertical con la distancia entre la partícula y el sustrato.

Después de una breve introducción en la sección 7.2, presentamos resultados numéricos para sondas dieléctricas, §7.3, y metálicas, §7.4, en dos tamaños. Se comparan ambos casos y se analiza la influencia del medio de inmersión. Por último, en la sección 7.5 explicamos el carácter atractivo y repulsivo que las fuerzas presentan (§7.5.1), y relacionamos los órdenes de magnitud que obtenemos en nuestros cálculos con los obtenidos en experimentos y en otros trabajos teóricos (§7.5.2).

7.2 Formulación

Los figuras superiores de la Fig. 7.1 muestran la geometría de estudio: un cilindro nanométrico de permitividad dieléctrica ϵ_2 (la versión $2D$ de una partícula) inmerso en un medio de permitividad dieléctrica ϵ_0 , explora una interfaz que separa este medio de otro de vidrio ($\epsilon_1 = 2.3104$). Un haz gaussiano de anchura a mitad de altura W , con polarización S o P , ilumina el sistema desde el lado de vidrio a ángulo θ_0 . Ya que la configuración es $2D$, la potencia incidente y la fuerza están expresadas en W/nm y N/nm , respectivamente, es

¹ Para una explicación detallada de la resolución en OCC, véase §B.1 (apéndice B).

decir, como magnitudes por unidad de longitud (en nm) en la dirección transversal, que es la del eje del cilindro. Nuestro objetivo es estudiar las fuerzas electromagnéticas que actúan sobre el nanocilindro bajo condiciones de RTI, por lo que θ_0 ha de ser mayor que el ángulo crítico $\theta_c = 61.28^\circ$, cuando $\epsilon_0 = 1.7769$ (agua), o $\theta_c = 41.14^\circ$, cuando $\epsilon_0 = 1$ (aire). Las interacciones producidas por el scattering múltiple entre la superficie rugosa y el objeto están tenidas en cuenta. Se han simulado cilindros de silicio y plata de radio a , a distancia $d + a$ desde la porción plana de la superficie al centro de la partícula. El perfil de superficie que se ha considerado consiste en dos salientes sobre una superficie plana, descrita por la altura, $z = h[\exp(-(x - X_0)^2/\sigma^2) + \exp(-(x + X_0)^2/\sigma^2)]$, según se muestra en la Fig. 7.1 (izquierda), o una red de difracción periódica superficial de altura $z = h \cos[(2\pi/p)x]$, Fig. 7.1 (derecha). Como ya se ha dicho anteriormente, para esta configuración no hay despolarización en el scattering de ondas S y P . Los vectores eléctrico y magnético incidentes están dados por las Ecs. (C.1) y (C.2), respectivamente, siendo la geometría del haz gaussiana, según las ecuaciones (C.13) y (C.14) (véase §C.1.1 y §C.1.2).

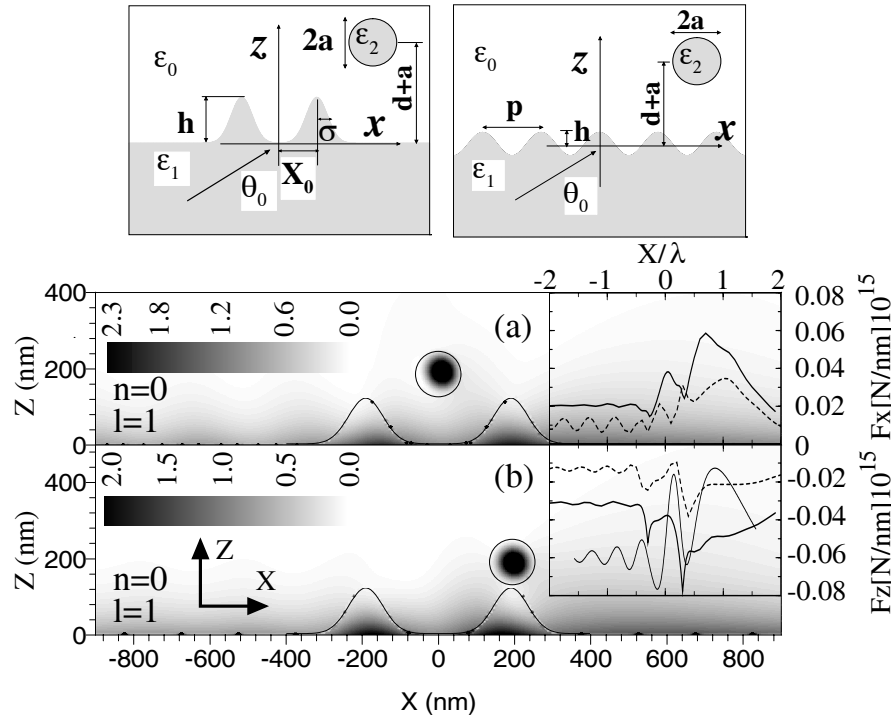


Fig. 7.1: Figuras superiores, geometría de scattering para dos superficies diferentes: dos protuberancias de perfil gaussiano sobre un plano (izquierda) y una red de difracción periódica superficial (derecha). Figuras inferiores: insertadas (a) y (b), curvas de fuerza sobre el cilindro de silicio de $a = 60 \text{ nm}$ rastreando a $d = 132.6 \text{ nm}$ y polarización P . Figura insertada (a), fuerza horizontal; figura insertada (b), fuerza vertical. Línea continua, $\lambda = 638 \text{ nm}$ (en resonancia); línea discontinua, $\lambda = 538 \text{ nm}$ (fuera de resonancia). Línea continua fina en (b), $|H/H_0|^2$ a $z = d + a$ en ausencia de partícula; valor del pico, $|H/H_0|^2 = 0.07$. Figuras principales (a) y (b), distribuciones espaciales $|H/H_0|^2$ en esta configuración. El cilindro está centrado en $(0, 192.6) \text{ nm}$, (a), y en $(191.4, 192.6) \text{ nm}$, (b). La longitud de onda ($\lambda = 638 \text{ nm}$) excita la resonancia (n, l) de Mie. Estas etiquetas están intercambiadas respecto al capítulo 1 y apéndice A.

El campo se calcula rigurosamente por medio de condiciones de contorno basadas en el teorema de extinción descrito en los apéndices B y C. Las fuerzas electromagnéticas se obtienen usando el tensor de tensiones de Maxwell en promedio temporal, según la Ec. (5.45), aplicado al caso del cilindro, como se explica en §C.2.

7.3 Sonda detectora de silicio

Consideremos primeramente el caso dieléctrico. Un cilindro de silicio² de radio $a = 60 \text{ nm}$ se encuentra frente a una superficie dieléctrica. Incidimos con una longitud de onda, $\lambda = 638 \text{ nm}$ ($\epsilon_2 = 14.99 + i0.14$) que excita una resonancia de Mie (véase §4.3.2). La excitación se produce con la onda evanescente transmitida tras la refracción en condiciones de RTI a $\theta_0 = 60^\circ$ (suponemos el cilindro en aire, $\epsilon_0 = 1$). Los modos propios están caracterizados por los números (n, l) descritos en el capítulo 1 y apéndice A, cuyas etiquetas intercambiamos aquí para permanecer fieles a la bibliografía. En el caso presente ya vimos que estos números son $n = 0$ y $l = 1$ para polarización P , y $n = 1$ y $l = 1$ para polarización S . Veamos qué ocurre tras explorar horizontalmente la superficie de las dos protuberancias con esta sonda: las figuras insertadas (a) y (b) de la Fig. 7.1 muestran la fuerza electromagnética para un haz gaussiano incidente con polarización P y $W = 4000 \text{ nm}$. Los parámetros de la superficie son: $\sigma = 63.8 \text{ nm}$, $h = 127.6 \text{ nm}$ y $X_0 = \pm 191.4 \text{ nm}$. Se ha usado la longitud de onda resonante $\lambda = 638 \text{ nm}$ y también otra no resonante, $\lambda = 538 \text{ nm}$. La potencia incidente sobre la superficie se estima en 100 mW . Posteriormente volveremos sobre el tema de los órdenes de magnitud de potencia y fuerza. La partícula rastrea a distancia constante $d = 132.6 \text{ nm}$. La figura insertada en Fig. 7.1(a) muestra la fuerza a lo largo del eje OX . Como se puede ver, la fuerza es positiva, y en resonancia, tiene dos notables máximos que corresponden a las dos protuberancias. Aparecen ligeramente desplazados debido a la propagación de las ondas evanescentes transmitidas en RTI, que producen el corrimiento Goos–Hänchen del haz reflejado. La fuerza vertical sobre la partícula, sin embargo, es negativa, esto es, atractiva (figura insertada en Fig. 7.1(b)), y tiene dos picos estrechos justo en las posiciones x de las protuberancias. La señal es de nuevo claramente más intensa bajo iluminación resonante. Se han encontrado amplificaciones en señales de fuerza similares a éstas en polarización S . En conexión con esto, se ha mostrado que esta fuerza atractiva, en partículas dieléctricas tan pequeñas como ésta, aumenta monótonamente conforme la sonda se aproxima a una interfase dieléctrica plana [Chaumet 00a].

Tal como muestra la OCC [Nieto-Vesperinas 96, Greffet 97], las distribuciones de intensidad en campo magnético cercano H , normalizadas a la distribución H_0 del campo incidente, tienen muchas más componentes y franjas de interferencia que la señal de fuerza, y por lo tanto la imagen obtenida así tiene menos parecido con la topografía de la interfaz. Esto se muestra en la figura insertada en Fig. 7.1(b) (línea fina continua), donde se ha dibujado la distribución en ausencia de partícula a $z = d + a$ para las mismas condiciones de iluminación y parámetros anteriores. Ésta es la señal que la sonda detectaría idealmente en OCC.

Es interesante también investigar la distribución de intensidad en campo cercano. Las Figs. 7.1(a) y 7.1(b) muestran el mapa para el campo magnético H y polarización P bajo iluminación resonante $\lambda = 638 \text{ nm}$, en dos posiciones diferentes del cilindro, que corresponden con $x = 0$ y $x = 191.4 \text{ nm}$, respectivamente. Notamos primero que hay una gran concentración de campo dentro de la partícula, lo cual corresponde a la excitación del modo

² Hablando con propiedad, el silicio es un semiconductor [Palik 85]. En la zona óptica del espectro, se comporta como un material dieléctrico con pérdidas, y para longitudes de onda superiores, es prácticamente transparente.

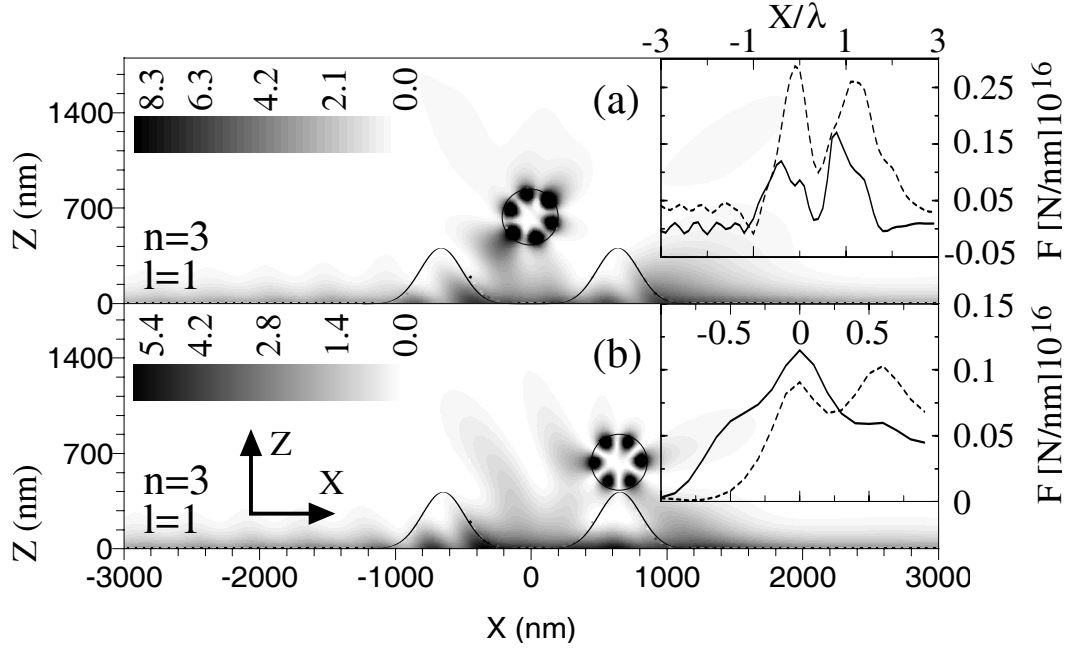


Fig. 7.2: Figuras insertadas, fuerza sobre un cilindro de silicio de radio $a = 200 \text{ nm}$, rastreando a $d = 442 \text{ nm}$ y polarización S . (a) $\lambda = 919 \text{ nm}$ (en resonancia), (b) $\lambda = 759 \text{ nm}$ (fuera de resonancia); línea continua, fuerza vertical; línea discontinua, fuerza horizontal. Figuras principales (a) y (b), distribución espacial de $|E/E_0|^2$ en esta configuración. El cilindro está centrado en $(0, 642) \text{ nm}$, (a), y en $(638, 642) \text{ nm}$, (b). La longitud de onda ($\lambda = 919 \text{ nm}$) excita la resonancia (n, l) de Mie. Estas etiquetas están intercambiadas respecto al capítulo 1 y apéndice A.

($n = 0, l = 1$). Las variaciones de intensidad en el campo cercano, que son mayores cerca de las protuberancias de la superficie cuando la partícula está sobre uno de ellos, son causantes de la notable señal de fuerza sobre la partícula, cuando ésta se encuentra en esas posiciones. Resultados similares se pueden observar en polarización S . En este caso se excita el modo ($n = 1, l = 1$) del cilindro, y se puede apreciar las notables franjas de interferencia que aparecen a lo largo de toda la interfaz como resultado de la interferencia entre la onda superficial transmitida en RTI, y las ondas dispersadas en las protuberancias y el cilindro.

Un aumento del tamaño de la partícula da lugar a señales de fuerza más intensas a expensas de algo de pérdida en la resolución. Las Figs. 7.2(a) y 7.2(b) muestran las distribuciones de intensidad en campo cercano para polarización S y dos posiciones diferentes de un cilindro de radio $a = 200 \text{ nm}$; los parámetros de la topografía son ahora $\sigma = 212.7 \text{ nm}$, $h = 425.3 \text{ nm}$ y $X_0 = \pm 638 \text{ nm}$. La distancia es $d = 442 \text{ nm}$. La longitud de onda resonante es ahora $\lambda = 919 \text{ nm}$ ($\epsilon_2 = 13.90 + i0.07$). Las figuras insertadas de Fig. 7.2(a) ilustran la distribución de fuerza sobre el cilindro conforme éste se mueve según OX . Los picos en la fuerza a la longitud de onda resonante λ son positivos, porque ahora la fuerza de scattering —en esta partícula de mayor sección eficaz de scattering— es mayor que la fuerza de gradiente. Los picos también aparecen desplazados con respecto a la posiciones de las protuberancias, una vez más como resultado de las ondas superficiales que viajan en condiciones de RTI. Pueden encontrarse también, según el caso, picos más débiles fuera de

resonancia. Resultados similares aparecen cuando se usa un haz incidente de polarización P a la longitud de onda resonante $\lambda = 759 \text{ nm}$ ($\epsilon_2 = 13.47 + i0.04$). Para ambas polarizaciones se excita ahora el modo de Mie ($n = 3, l = 1$) del cilindro. La distribución de campo está localizada en el interior de la partícula, y posee el patrón característico de onda estacionaria que resulta de la interferencia entre dos modos de galería susurrante que circulan sobre la superficie de la partícula en sentidos opuestos (véase §4.3.2). Es importante ver que esta estructura aparece producida por la excitación de ondas propagantes que inciden sobre el cilindro [Arias-González 00], las cuales son debidas al acoplamiento de la onda incidente y las ondas superficiales creadas en RTI con componentes radiadas por el campo transmitido, que a su vez son creadas por scattering con los salientes de la interfaz. Aunque no lo mostramos aquí, la iluminación con longitudes de onda no resonantes no produce tal concentración de campo en la partícula; éste se extiende por el espacio, con el máximo de intensidad pegado sobre las porciones planas de la interfaz (onda evanescente) y a lo largo de ciertas direcciones de radiación fuera de las protuberancias (ondas radiadas por scattering en estos defectos superficiales).

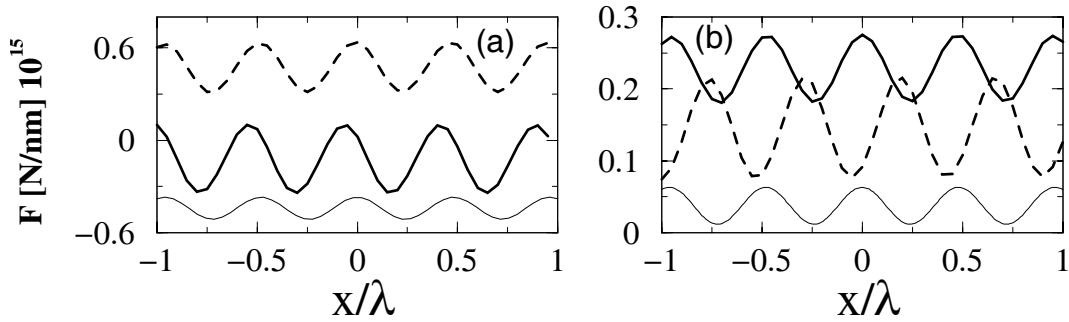


Fig. 7.3: Fuerza sobre un cilindro de silicio de radio $a = 60 \text{ nm}$, explorando una red de difracción periódica superficial. (a) $\lambda = 638 \text{ nm}$ (en resonancia), $p = 304 \text{ nm}$, $h = 63.8 \text{ nm}$, $d = 100 \text{ nm}$. (b): $\lambda = 538 \text{ nm}$ (fuera de resonancia), $p = 256.2 \text{ nm}$, $h = 53.8 \text{ nm}$, $d = 74.5 \text{ nm}$. Línea continua: fuerza según la dirección Z . Línea discontinua: fuerza según la dirección X . Línea fina continua: perfil de superficie. La polarización es S .

A continuación pasamos a discutir la interfaz creada con la estructura periódica sinusoidal (cf. Fig. 7.1 superior derecha). La Fig. 7.3 muestra las fuerzas horizontal y vertical sobre un cilindro de radio $a = 60 \text{ nm}$, conforme explora la superficie paralelo al plano medio del perfil sinusoidal de parámetros $p = 304 \text{ nm}$, $h = 63.8 \text{ nm}$ a $d = 100 \text{ nm}$, cuando $\lambda = 638 \text{ nm}$ (en resonancia), y $p = 256.2 \text{ nm}$, $h = 53.8 \text{ nm}$ a $d = 74.5 \text{ nm}$, cuando $\lambda = 538 \text{ nm}$ (fuera de resonancia). La polarización es S . Se obtienen resultados similares para $\lambda = 919 \text{ nm}$ con un cilindro de radio $a = 200 \text{ nm}$ sobre una interfaz sinusoidal de parámetros $p = 96 \text{ nm}$ y $h = 92 \text{ nm}$. Para polarización P (no mostrado aquí), aparece de nuevo el corrimiento en RTI, y la gráfica de intensidad en campo cercano a distancia z exhibe un número mayor de lóbulos de interferencia (cf. Ref. [Madrado 97c]).

7.4 Sonda detectora de plata

La figura 7.4 muestra las eficiencias (§A.2.2) de extinción, scattering y absorción de dos cilindros de plata de distinto tamaño: Fig. 7.4(a), $a = 60 \text{ nm}$ y Fig. 7.4(b), $a = 200 \text{ nm}$.

La partícula está aislada en agua o en vacío, y la iluminación se hace con una onda plana monocromática de polarización P . Se observa el pico máximo correspondiente a la resonancia de plasmón en ambas muestras. La intensidad del pico es similar, e incluso un 30% mayor para la partícula más pequeña. Las figuras superiores muestran el comportamiento de los coeficientes externos de las series de Mie que más contribuyen a la resonancia del plasmón superficial, frente a la longitud de onda en el vacío (polarización P), para el cilindro en agua. El coeficiente n expresa el orden multipolar que contribuye al campo dispersado (corresponde al l del capítulo 1 y apéndice A). La parte imaginaria de los coeficientes de Mie exhibe un cambio de signo y la parte real, una amplificación, cuando se excita una resonancia de Mie (§1.5.2). Mientras que los modos de galería susurrante, en partículas dieléctricas, se etiquetan con el número l (n en el capítulo 1 y apéndice A), que determina el número de picos en la intensidad radial interna al cilindro, en las partículas metálicas l es igual a uno, ya que el campo está preferentemente fuera de la partícula, y el único pico de intensidad en la dirección radial está situado en la superficie.

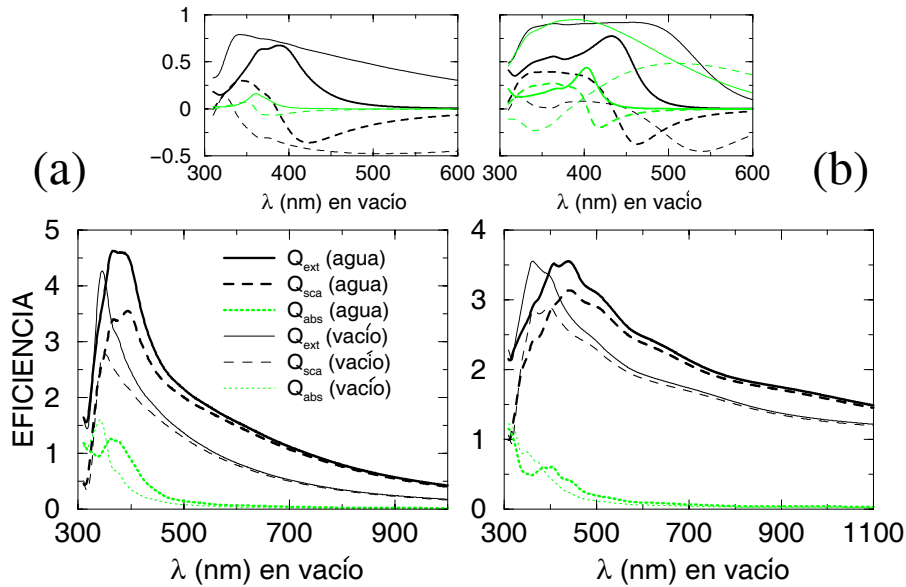


Fig. 7.4: Eficiencias de extinción (Q_{ext}), scattering (Q_{sca}) y absorción (Q_{abs}), de un cilindro aislado de plata de radio $a = 60 \text{ nm}$, (a), y $a = 200 \text{ nm}$, (b). La partícula está inmersa en agua o vacío. Figuras superiores: partes real (línea continua) e imaginaria (línea discontinua) del coeficiente externo de Mie para polarización P (frente a la longitud de onda) para el cilindro en agua; (a) línea fina oscura: $n = 1$, línea gruesa oscura: $n = 2$, línea gruesa clara: $n = 3$. (b): Línea fina oscura: $n = 4$, línea gruesa oscura: $n = 5$, línea fina clara: $n = 1$, línea gruesa clara: $n = 6$ (las etiquetas están intercambiadas respecto al capítulo 1 y apéndice A). La incidencia se produce con onda plana en polarización P .

La posición de las resonancias de la partícula en el espectro depende de la longitud de onda, configuración geométrica y materiales del sistema. Sin embargo, como se muestra en las Refs. [Arias-González 01b, Arias-González 00, Arias-González 99] (capítulos anteriores), la presencia de una interfaz desplaza ligeramente, disminuye y ensancha los picos. La incidencia con onda evanescente amplifica estas eficiencias ya que se acopla mejor con los modos propios del cilindro. Esto es así porque la contribución de los órdenes multipolares

superiores del campo a la sección eficaz de scattering son realizados por esta clase de incidencia [Quinten 99]. Se observa que la inmersión de la partícula de plata en agua no sólo desplaza las eficiencias (comparadas con las de aire) sino que también las amplifica.

Debido a las pérdidas en metales, las resonancias de plasmones en partículas metálicas no se excitan tan eficientemente como los modos de galería susurrante en partículas no absorbentes de alto índice de refracción (por ejemplo, véanse las Refs. [Arias-González 01b, Arias-González 00]) en incidencia con onda evanescente. La distancia de la partícula a la interfaz debe ser muy pequeña para evitar el decaimiento exponencial de este tipo de onda (normal a la dirección de propagación según la interfaz).

7.4.1 Cilindros pequeños

En la figura 7.5 dibujamos la distribución de intensidad en campo cercano $|H/H_0|^2$ correspondiente a la configuración de la Fig. 7.1 superior izquierda. Un cilindro de plata de radio $a = 60 \text{ nm}$ explora la interfaz a distancia constante $d = 162.6 \text{ nm}$. El sistema se ilumina con un haz gaussiano de polarización P y $W = 4000 \text{ nm}$ a $\theta_0 = 0^\circ$ y $\lambda = 387 \text{ nm}$ ($\epsilon_2 = -3.22 + i0.70$). Las protuberancias de la superficie descrita anteriormente están localizados en $X_0 = \pm 191.4 \text{ nm}$ con altura $h = 127.6 \text{ nm}$ y $\sigma = 63.8 \text{ nm}$. La Fig. 7.5(a) muestra la distribución señalada anteriormente cuando la partícula está centrada entre las dos protuberancias. Se excita la resonancia del plasmón, como manifiesta la amplificación del campo en la superficie del cilindro, sobre todo en la parte inferior. A esta longitud de onda resonante, el coeficiente de Mie que más contribuye es el de $n = 2$, lo cual puede deducirse del patrón de interferencia formado a lo largo de la superficie de la partícula: el número de lóbulos debe ser $2n$ a lo largo de esta superficie (§1.2.3). La Fig. 7.5(b) muestra la misma situación pero con $\theta_0 = 66^\circ$. La intensidad del campo cerca de la partícula es mayor en la Fig. 7.5(a), porque en la Fig. 7.5(b) la distancia d es lo suficientemente grande como para que el acoplamiento sea peor, debido a la caída de la onda evanescente creada en RTI. Sin embargo, la intensidad del campo es claramente diferente respecto a la mostrada en Fig. 7.5(c), en la cual la longitud de onda se ha cambiado a $\lambda = 316 \text{ nm}$ ($\epsilon_2 = 0.78 + i1.07$) del tal manera que no haya excitación resonante. La Fig. 7.5(d) muestra lo mismo que en Fig. 7.5(b) para una posición x diferente de la partícula. En la Fig. 7.5(c), la interferencia del campo cercano dispersado por la presencia de la partícula es muy débil, la distribución de intensidad está ahora concentrada principalmente a baja z , como una onda evanescente viajando a lo largo de la interfaz, y esta distribución no cambia sustancialmente conforme la partícula se mueve por encima de la interfaz a z constante. Por contra, en las Figs. 7.5(b) y 7.5(d) el mapa de intensidad está fuertemente perturbado por la presencia de la partícula. Como veremos, ésta es la principal razón por la que la microscopía óptica de fuerzas es posible en condiciones de resonancia con partículas metálicas tan pequeñas como las usadas. Esta eficiencia es menor a longitudes de onda no resonantes. Es importante observar en conexión con estos mapas de intensidad (cf. Figs. 7.5(b) y 7.5(d)), el patrón de interferencia en el lado izquierdo del cilindro, formado por la presencia de la onda evanescente y las ondas fuertemente reflejadas en la partícula, que en condiciones de resonancia se comporta como una antena radiadora [Arias-González 01b, Arias-González 00, Krenn 99]. Esto se puede explicar también debido a la sección eficaz de scattering tan grande que presenta la partícula en resonancia, reflejando hacia atrás mucho campo y reforzando así el patrón de interferencia con la onda evanescente incidente. El espaciado entre franjas es $\lambda/2$ (siendo λ aquí la correspondiente longitud de onda en agua). Esto se explica como sigue: el patrón de interferencia formado por las dos ondas evanescentes que viajan sobre la superficie en sentidos opuestos con la misma amplitud y sin desfase es proporcional a $\exp(-2\kappa z) \cos^2(n_1 k_0 \sin \theta_0 x)$, con

$\kappa = 2\pi/\lambda(n_1^2 \sin^2 \theta_0 - n_0^2)^{1/2}$. La distancia entre máximos es $\Delta x = \lambda/(2n_1 \sin \theta_0)$. Para los ángulos de incidencia usados en estas figuras y siguientes, en RTI, ($\theta_0 = 66^\circ$ and 72°), $\sin \theta_0 \approx 0.9$, y teniendo en cuenta los índices de refracción del agua y vidrio, esta distancia puede expresarse como $\Delta x \approx \lambda/2n_0$. Este Δx es, al mismo tiempo, similar al periodo de franjas que existe por debajo de la partícula en la Fig. 7.5(a), ahora atribuido a la interferencia entre las ondas planas que viajan en sentidos opuestos: una transmitida a través de la interfaz y la otra retrorreflejada por la partícula. Estas estructuras en la intensidad se observan todavía mejor para partículas mayores, como se mostrará más adelante.

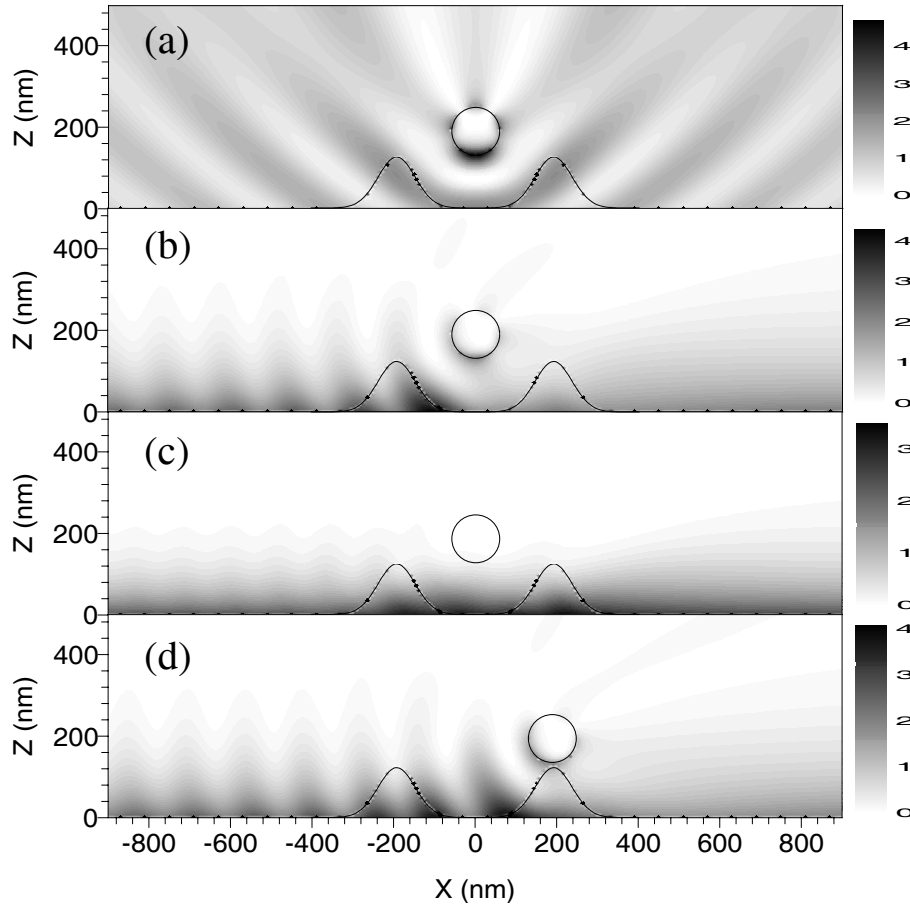


Fig. 7.5: $|H/H_0|^2$, polarización P , para un cilindro de plata de radio $a = 60 \text{ nm}$ inmerso en agua, sobre una superficie de vidrio con defectos de parámetros $X_0 = \pm 191.4 \text{ nm}$, $h = 127.6 \text{ nm}$ y $\sigma = 63.8 \text{ nm}$, a distancia $d = 132.6 \text{ nm}$. Haz gaussiano incidente de $W = 4000 \text{ nm}$. (a): $\lambda = 387 \text{ nm}$ (en resonancia), $\theta_o = 0^\circ$. (b): $\lambda = 387 \text{ nm}$ (en resonancia), $\theta_o = 66^\circ$. (c): $\lambda = 316 \text{ nm}$ (fuera de resonancia), $\theta_o = 66^\circ$. (d): $\lambda = 387 \text{ nm}$ (en resonancia), $\theta_o = 66^\circ$. El cilindro está centrado en $(0, 192.6) \text{ nm}$ en (a), (b) y (c), y en $(191.4, 192.6) \text{ nm}$ en (d).

Estos patrones de interferencia en el campo cercano aparecieron previamente en la Ref. [Krenn 99], pero no se les dio una interpretación.

La figura 7.6 muestra los mapas de intensidad cuando los defectos superficiales están invertidos ($h = -127.6 \text{ nm}$), por lo que ahora son entrantes. En este caso, la sonda detectora

puede colocarse más cerca de la interfaz, por lo que hemos usado la distancia $d = 15 \text{ nm}$. Como ejemplo, podemos ver el cilindro situado entre los dos entrantes. Debido a que ahora d es menor, la excitación de la resonancia de plasmón es más óptima. La incidencia se hace con un haz gaussiano de polarización P y anchura $W = 4000 \text{ nm}$. La Fig. 7.6(a) muestra el mismo caso de incidencia normal a la longitud de onda resonante usada previamente ($\lambda = 387 \text{ nm}$). La Fig. 7.6(b) corresponde a la misma situación pero con $\theta_0 = 66^\circ$ (condiciones de RTI). La Fig. 7.6(c) muestra el campo cercano cuando no hay excitación de resonancia ($\lambda = 316 \text{ nm}$) y $\theta_0 = 66^\circ$, y la Fig. 7.6(d) muestra la intensidad en campo cercano cuando no hay partícula, a $\lambda = 316 \text{ nm}$. Los casos resonantes, Figs. 7.6(a) y 7.6(b), se reconocen porque el campo se refuerza sobre la superficie de la partícula. Además, las franjas de interferencia en el lado izquierdo de la partícula exhiben un mejor contraste en resonancia, como anteriormente. Esto se atribuye, de nuevo, al mayor poder de scattering de la partícula. Fuera de resonancia, Figs. 7.6(c) y 7.6(d), la concentración de intensidad de campo sobre la interfaz dieléctrica revela el decaimiento exponencial según $z > 0$ de la onda evanescente transmitida, que viaja a lo largo de la interfaz. Se observa un patrón de onda estacionaria (interferencia) de periodo $\lambda/2$, como se explicó antes, en el lado izquierdo de los entrantes e incluso en el espacio entre ellos, debido a la reflexión de la onda superficial en los defectos y la partícula (Fig. 7.6(c)). Para $z < 0$, en el medio de vidrio, hay un patrón de interferencia, Figs. 7.6(c) y 7.6(d), entre el campo incidente y el reflejado hacia abajo por la interfaz dieléctrica. El campo en el interior de los entrantes es menor que fuera. El primer mínimo de este patrón de intensidad a lo largo de la dirección OX aparece en la parte inferior de las Figs. 7.6(c) y 7.6(d).

La figura 7.7 muestra la variación de las componentes cartesianas de la fuerza electromagnética (F_X , Figs. 7.7(a) y 7.7(b); F_Z , Figs. 7.7(c) y 7.7(d)) conforme la partícula explora la interfaz a distancia constante d , tanto en condiciones de resonancia de plasmón ($\lambda = 387 \text{ nm}$, línea continua), como fuera de resonancia ($\lambda = 316 \text{ nm}$, línea discontinua). La potencia del haz incidente (por unidad de longitud) en resonancia es $3.9320 \times 10^{-9} \text{ W/nm}$, y $3.9327 \times 10^{-9} \text{ W/nm}$ a $\lambda = 316 \text{ nm}$. Las Figs. 7.7(a) y 7.7(c) muestran la fuerza cuando $h = 127.6$ (protuberancias o salientes) y $d = 132.6 \text{ nm}$. Por otro lado, las Figs. 7.7(b) y 7.7(d), muestran la fuerza cuando $h = -127.6$ (entrantes) y $d = 15 \text{ nm}$. La incidencia se hace con un haz gaussiano en polarización P de $W = 4000 \text{ nm}$ a $\theta_0 = 66^\circ$. Se ve, en estas curvas, que la distribución de fuerza se parece a la topografía de la superficie en condiciones de resonancia; la señal es notablemente mayor que fuera de resonancia. Esta característica se manifiesta especialmente en la componente Z de la fuerza, para la cual las dos protuberancias se distinguen claramente del resto de ondulaciones de interferencia, como se explicó anteriormente. La Fig. 7.7(c) muestra también (trazo fino) la señal que se obtendría en microscopía convencional de campo cercano para esta configuración, esto es, la intensidad del campo magnético normalizada, promediada a lo largo de la sección eficaz del cilindro. Estas curvas de intensidad están dibujadas en unidades arbitrarias; de hecho, la curva correspondiente a la resonancia del plasmón es casi siete veces mayor que la de fuera de resonancia. Las curvas de fuerza enseñan, por un lado, que las condiciones de resonancia refuerzan también el contraste en la imagen de la topografía superficial. De esta manera, las imágenes obtenidas en base a la fuerza electromagnética siguen más certeramente la topografía que las de la intensidad en campo cercano. Esto es un hecho que también hemos observado con otros perfiles de superficie, incluyendo la red de difracción anterior. Las Figs. 7.7(b) y 7.7(d) muestran resultados para h invertido, es decir, el perfil de interfaz de la Fig. 7.1 superior izquierda con h negativo, lo que provoca la también inversión del contraste en la distribución de fuerza vertical. Nótese que en las Figs. 7.7(b) y 7.7(d) la partícula se encuentra más cerca de la superficie, $d = 15 \text{ nm}$, dando entonces una imagen

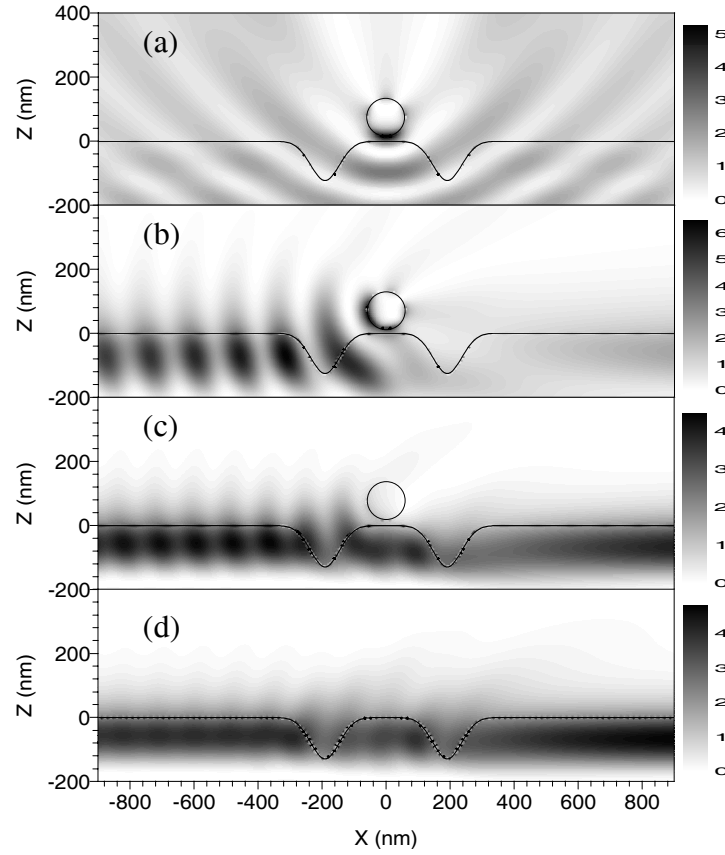


Fig. 7.6: $|H/H_0|^2$, polarización P , para un cilindro de plata de radio $a = 60 \text{ nm}$ inmerso en agua, sobre una superficie de vidrio con defectos de parámetros $X_0 = \pm 191.4 \text{ nm}$, $h = -127.6 \text{ nm}$ y $\sigma = 63.8 \text{ nm}$, a distancia $d = 15 \text{ nm}$. Haz gaussiano incidente de $W = 4000 \text{ nm}$. (a): $\lambda = 387 \text{ nm}$ (en resonancia), $\theta_o = 0^\circ$. (b): $\lambda = 387 \text{ nm}$ (en resonancia), $\theta_o = 66^\circ$. (c): $\lambda = 316 \text{ nm}$ (fuera de resonancia), $\theta_o = 66^\circ$. (d): $\lambda = 316 \text{ nm}$ (fuera de resonancia), $\theta_o = 66^\circ$, sin cilindro. El cilindro está centrado en $(0, 192.6) \text{ nm}$ en (a), (b) y (c).

de mejor contraste. En conjunto, observamos con estos resultados que tanto las posiciones como el signo de la altura de los defectos se pueden distinguir con la exploración basada en las fuerzas ópticas.

Para establecer una comparación con las partículas dieléctricas de la sección anterior, en la Fig. 7.8 se muestran las mismas configuraciones que en la Fig. 7.7 para un cilindro de silicio. Las figuras superiores muestran las eficiencias (con el mismo código que el mostrado en la Fig. 7.4) frente a la longitud de onda en el vacío (estas gráficas superiores fueron ya mostradas en el capítulo 4). Los picos corresponden ahora a modos de galería susurrante, los cuales no se desplazan hacia el rojo cuando la partícula se sumerge en agua, respecto al caso de aire, como ocurre con los plasmones mostrados anteriormente. Esto es así porque las resonancias de las partículas dieléctricas dependen más de la geometría que en las partículas metálicas. El contraste de los picos cuando el cilindro están en agua, sin embargo, disminuye. Por supuesto, la posición en el espectro no se altera por la clase de incidencia (§1.2.3). La incidencia con una onda evanescente refuerza el pico resonante, como se probó previamente

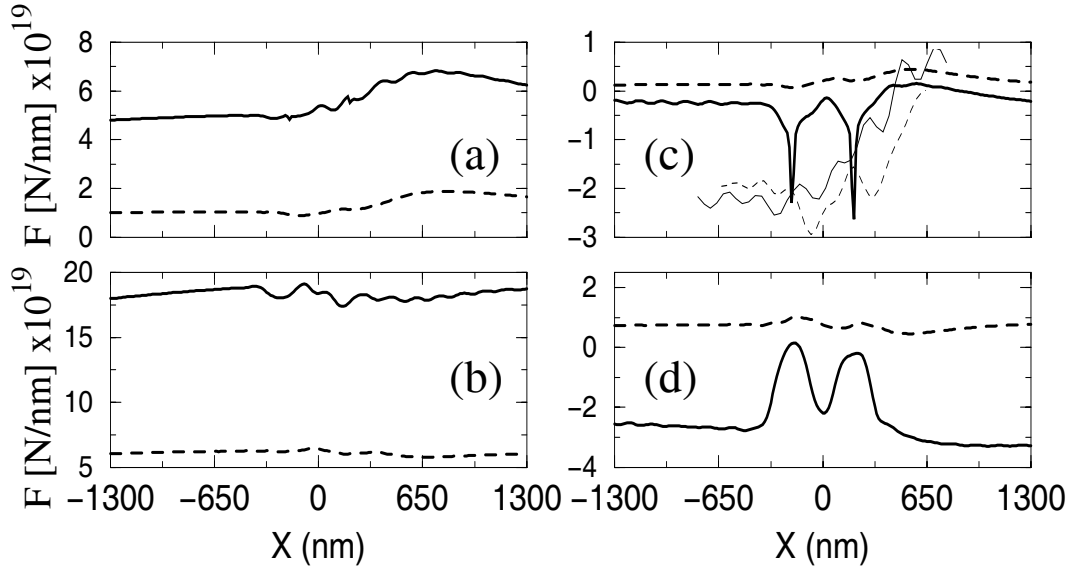


Fig. 7.7: Fuerza sobre un cilindro de plata de radio $a = 60 \text{ nm}$ inmerso en agua, explorando a distancia constante una superficie de vidrio con defectos de parámetros $X_0 = \pm 191.4 \text{ nm}$, y $\sigma = 63.8 \text{ nm}$ según OX . El campo incidente es un haz gaussiano, polarización P , de $W = 4000 \text{ nm}$ y $\theta_0 = 66^\circ$. (a): Fuerza horizontal, $h = 127.6 \text{ nm}$, $d = 132.6 \text{ nm}$. (b): Fuerza horizontal, $h = -127.6 \text{ nm}$, $d = 15 \text{ nm}$. (c): Fuerza vertical, $h = 127.6 \text{ nm}$, $d = 132.6 \text{ nm}$. (d): Fuerza vertical, $h = -127.6 \text{ nm}$, $d = 15 \text{ nm}$. Línea continua: $\lambda = 387 \text{ nm}$ (en resonancia), línea discontinua: $\lambda = 316 \text{ nm}$ (fuera de resonancia). La línea fina en (c) muestra $|H/H_0|^2$ (en unidades arbitrarias), promediado sobre el perímetro del cilindro, conforme explora la superficie. La magnitud real de la intensidad en el caso resonante es casi siete veces mayor que en el caso no resonante.

(capítulo 4). Las Figs. 7.8(a) y 7.8(c) muestran las componentes horizontal y vertical de las fuerzas, respectivamente, para un haz gaussiano incidente, polarización S , de $W = 4000 \text{ nm}$ a $\theta_0 = 66^\circ$, y las Figs. 7.8(b) y 7.8(d) muestran las mismas fuerzas para un haz gaussiano de polarización P con la misma W y θ_0 . La potencia del haz incidente (por unidad de longitud) es $9.0755 \times 10^{-9} \text{ W/nm}$ en resonancia con polarización S , $3.9281 \times 10^{-9} \text{ W/nm}$ en resonancia con polarización P , $9.0796 \times 10^{-9} \text{ W/nm}$ para $\lambda = 538 \text{ nm}$, polarización S , y $3.9299 \times 10^{-9} \text{ W/nm}$ para $\lambda = 538 \text{ nm}$, polarización P . Las señales de fuerza dadas por la componente vertical revelan de nuevo la estructura de la topografía superficial. Ésta es más notable en polarización P que en polarización S , para la cual el contraste es peor y no mejora sustancialmente cuando se excita una resonancia de la partícula. La longitud de onda resonante $\lambda = 638 \text{ nm}$ ($\epsilon_2 = 14.99 + i0.14$) excita el modo propio ($n = 0$, $l = 1$) en polarización P , y el ($n = 1$, $l = 1$) en polarización S , como se vio en el capítulo 4. Para $\lambda = 538 \text{ nm}$ ($\lambda = 17.03 + i0.40$) no hay excitación resonante (véanse las gráficas superiores de Fig. 7.8) en ninguna de las dos polarizaciones.

También hemos realizado simulaciones del rastreo con la partícula de silicio cuando el medio de inmersión es aire. Bajo estas condiciones, los modos de galería susurrante se refuerzan porque el contraste de índices entre el silicio y el medio externo ha crecido (véanse las gráficas superiores de Fig. 7.8). Hemos elegido ahora un ángulo de incidencia que repro-

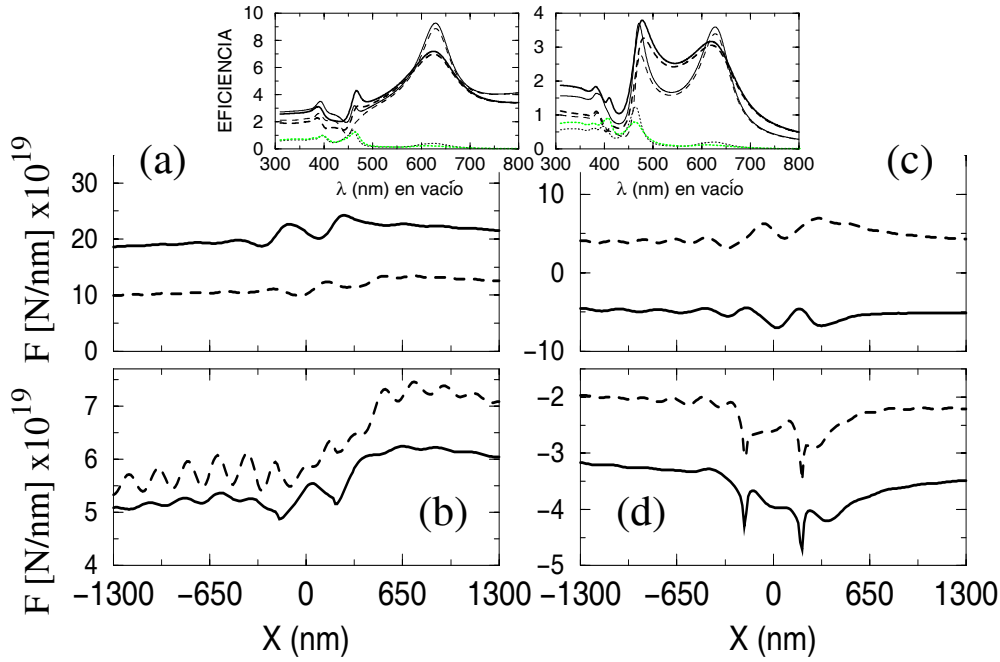


Fig. 7.8: Fuerza sobre un cilindro de silicio de radio $a = 60 \text{ nm}$ inmerso en agua, sobre una superficie de vidrio con defectos de parámetros $X_0 = \pm 191.4 \text{ nm}$, $\sigma = 63.8 \text{ nm}$ y $h = 127.6 \text{ nm}$, explorando a distancia $d = 132.6 \text{ nm}$. El campo incidente es un haz gaussiano de $W = 4000 \text{ nm}$ y $\theta_0 = 66^\circ$. (a): Fuerza horizontal, polarización S . (b): Fuerza horizontal, polarización P . (c): Fuerza vertical, polarización S . (d): Fuerza vertical, polarización P . Línea continua: $\lambda = 638 \text{ nm}$ (en resonancia), línea discontinua: $\lambda = 538 \text{ nm}$ (fuera de resonancia). Las figuras superiores muestran la eficiencia de extinción (línea continua), scattering (línea discontinua) y absorción (línea punteada) frente a la longitud de onda en vacío para un cilindro aislado de silicio de radio $a = 60 \text{ nm}$. Línea gruesa: cilindro en agua, línea fina: cilindro en vacío. Figura superior izquierda: polarización S , figura superior derecha: polarización P . La incidencia es una onda plana.

duce el decaimiento exponencial que teníamos en agua (ahora en aire) y que mostrábamos en la Fig. 7.8. Este ángulo de incidencia es $\theta_0 = 44.90^\circ$, (recordemos que el ángulo crítico en la configuración aire/agua es $\theta_c = 41.14^\circ$). Además, la intensidad del campo en la parte superior del contorno de la interfaz se ha normalizado de tal manera que la intensidad transmitida en la gráfica anterior y en la siguiente, en ausencia de partícula y supuesta una superficie plana, sea la misma. La potencia del haz incidente (por unidad de longitud) que se requiere es $7.3591 \times 10^{-9} \text{ W/nm}$ en resonancia con polarización S , $3.9976 \times 10^{-9} \text{ W/nm}$ en resonancia con polarización P , $7.3599 \times 10^{-9} \text{ W/nm}$ para $\lambda = 538 \text{ nm}$, polarización S , y $3.9980 \times 10^{-9} \text{ W/nm}$ para $\lambda = 538 \text{ nm}$, polarización P . La Fig. 7.9 muestra la distribución de fuerza para esta operación (la configuración es exactamente igual que en la Fig. 7.8). Cualitativamente, el comportamiento de la fuerza es el mismo que previamente, pero la magnitud es mayor, como se esperaba. La componente Z en polarización P presenta un contraste más elevado comparado con el caso de agua. En polarización S , sin embargo, el contraste se conserva prácticamente igual, y el patrón de oscilaciones no revela con claridad suficiente la topografía de la superficie.

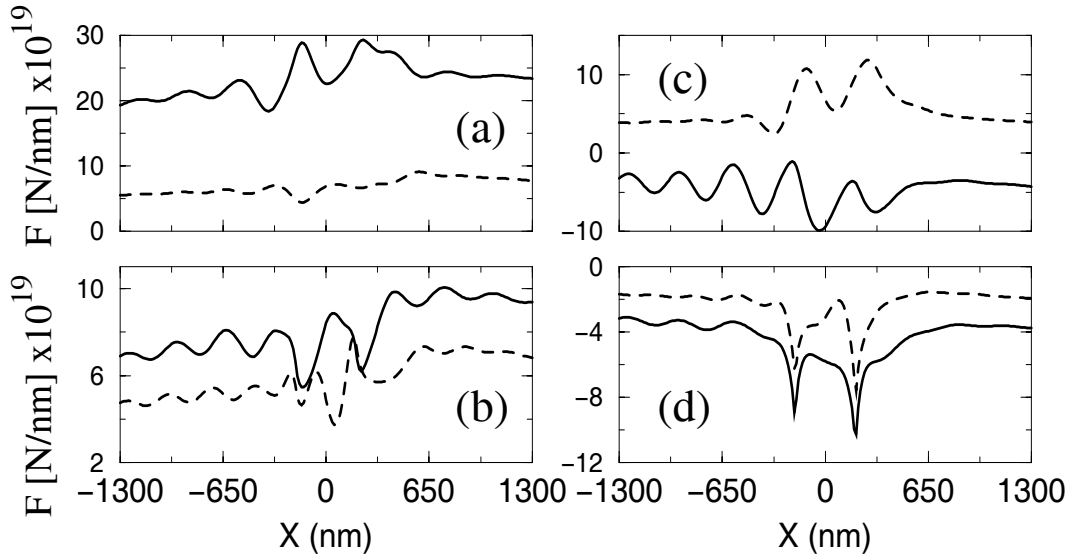


Fig. 7.9: Misma figura que la anterior para el cilindro en aire y $\theta_0 = 44.90^\circ$. Este ángulo de incidencia ha sido seleccionado para reproducir el mismo decaimiento exponencial de la onda evanescente (transmitida al medio superior) que en las condiciones de la Fig. 7.8. El ángulo crítico es ahora $\theta_c = 41.14^\circ$. La intensidad del campo en la parte superior del contorno de la interfaz ha sido normalizada también de tal manera que sea la misma que en la Fig. 7.8.

Para terminar esta comparación entre las señales de fuerza obtenidas con partículas de silicio y plata, hay que decir que el radio d/λ es más pequeño en los casos mostrados de la partícula de silicio, porque las longitudes de onda usadas en estos casos son mayores mientras que se ha mantenido la misma d . De esta manera, el campo evanescente que incide en la partícula es más intenso en este caso, aunque, como hemos visto, esto no mejora la señal de fuerza.

7.4.2 Cilindros de mayor tamaño

En esta sección exponemos el caso de un cilindro también de plata de radio $a = 200 \text{ nm}$. Ya que el tamaño es ahora casi comparable a la longitud de onda, el scattering múltiple con la interfaz aumenta, y la presencia de resonancias también refuerza la intensidad alrededor de la partícula (véase el capítulo 4). Esto también afecta a la señal de fuerza obtenida, como vamos a estudiar.

Las gráficas de 7.10 muestran los mapas de intensidad en campo cercano. La Fig. 7.10(a) corresponde a $\theta_0 = 0^\circ$ y a la longitud de onda resonante $\lambda = 441 \text{ nm}$ ($\epsilon_2 = -5.65 + i0.75$). La partícula se sitúa al lado izquierdo de las dos protuberancias. La Fig. 7.10(b) corresponde a $\theta_0 = 66^\circ$ (condiciones de iluminación en RTI), a la misma longitud de onda resonante, colocando la partícula ahora en el lado derecho de las protuberancias. La Fig. 7.10(c) corresponde a $\theta_0 = 66^\circ$ (incidencia en RTI), con una longitud de onda no resonante, $\lambda = 316 \text{ nm}$ ($\epsilon_2 = 0.78 + i1.07$), colocando la partícula en el lado derecho de las protuberancias. El haz incidente tiene polarización P con $W = 4000 \text{ nm}$. Los salientes de la superficie están situados en $X_0 = \pm 638 \text{ nm}$ con altura $h = 425.3 \text{ nm}$ y $\sigma = 212.7 \text{ nm}$. Todos los parámetros

relevantes de tamaño son ahora comparables a la longitud de onda, y también a la profundidad de penetración de la onda evanescente. Ésta es la razón por la que en este caso el plasmón no puede ser eficientemente excitado. Cuando no se usa una longitud de onda resonante, las franjas de interferencia en la intensidad debido a la presencia de la partícula son más débiles. Por otro lado, la Fig. 7.10(a) muestra la estructura del campo cercano dispersado a $\theta_0 = 0^\circ$. Hay tres objetos que dispersan el campo: las dos protuberancias y la partícula. Crean un patrón de interferencia con periodo $\lambda/2$ (siendo λ la correspondiente longitud de onda en agua). Además, la partícula tiene el patrón de interferencia, ya visto anteriormente, alrededor de su superficie debido a las dos ondas plasmónicas que la circunnavegan en sentidos opuestos. El número de lóbulos a lo largo del perímetro es nueve, lo cual refleja que la contribución a la amplificación del campo para esta longitud de onda resonante proviene de los coeficientes de Mie con $n = 5$ y $n = 4$ (véase la Fig. 7.4 superior derecha). La Fig. 7.10(b) muestra la excitación, ahora más débil, del mismo plasmón bajo condiciones de RTI. Se ve, más claramente que en la sección 7.4.1, la interferencia en el lado izquierdo de la configuración. Este patrón tiene de nuevo periodo $\lambda/2$ (con λ la longitud de onda en agua). Si se usan condiciones de iluminación no resonantes, al estar la partícula tan lejos de la interfaz apenas perturba el campo transmitido, por lo que la intensidad transmitida en forma de campo evanescente se propaga pegada a la superficie y sólo los salientes superficiales la dispersan. El campo que la partícula siente en esta situación no es suficiente para producir una imagen bien resuelta de la topografía de la superficie, como se muestra para esta configuración en las próximas gráficas.

La figura 7.11 muestra las componentes de la fuerza (F_X , Figs. 7.11(a) y 7.11(b); F_Z , Figs. 7.11(c) y 7.11(d)) para condiciones de resonancia de plasmón ($\lambda = 441 \text{ nm}$, línea continua), o fuera de resonancia ($\lambda = 316 \text{ nm}$, línea discontinua) conforme el cilindro explora la superficie a distancia d constante. Las Figs. 7.11(a) y 7.11(c) muestran la imagen que la distribución de fuerza proporciona cuando $h = 425.3$ (salientes) y $d = 442 \text{ nm}$, y las Figs. 7.11(b) y 7.11(d), cuando $h = -425.3 \text{ nm}$ (entrantes) y $d = 25 \text{ nm}$. La incidencia se realiza con un haz gaussiano de polarización P y $W = 4000 \text{ nm}$, tanto a $\theta_0 = 66^\circ$ (trazo grueso) como a $\theta_0 = 72^\circ$ (trazo fino). La potencia incidente (por unidad de longitud) es $3.9313 \times 10^{-9} \text{ W/nm}$ en resonancia y $3.9327 \times 10^{-9} \text{ W/nm}$ a $\lambda = 316 \text{ nm}$ cuando $\theta_0 = 66^\circ$; y $3.9290 \times 10^{-9} \text{ W/nm}$ en resonancia y $3.9315 \times 10^{-9} \text{ W/nm}$ a $\lambda = 316 \text{ nm}$ cuando $\theta_0 = 72^\circ$. Como antes, las condiciones de resonancia dan lugar a una imagen más óptima de la topografía superficial, consiguiendo que las protuberancias se distingan con un mejor contraste respecto al obtenido fuera de resonancia. La imagen correspondiente a la distribución de fuerza es mejor cuando las protuberancias están invertidos, Figs. 7.11(b) y 7.11(d), porque entonces la partícula puede colocarse más cerca de la interfaz. De nuevo, el contraste existente en salientes y entrantes es recíprocamente opuesto. Las posiciones de los picos en la distribución de fuerza, correspondientes a los salientes, aparecen ahora apreciablemente corridos. Como vimos para la partícula de silicio (§7.3) este desplazamiento es debido al efecto Goos-Hänchen de la onda evanescente [Lester 01]. Observamos que la distancia entre picos en la curva de F_Z es aproximadamente $2X_0$. Este corrimiento es más notable en las distribuciones de fuerza que aparecen al aumentar el tamaño de la partícula (véase el caso de la red de difracción, Fig. 7.3, en §7.3). De nuevo, la distribución de fuerza de F_Z tiene un contraste mejor en las posiciones (desplazadas) de las protuberancias. La señal proporcionada por la fuerza para estas partículas de mayor tamaño es más intensa, pero la sonda detectora no se puede colocar cerca de la superficie mientras explora a distancia constante. Esto afecta a la magnitud de la señal (compárense las gráficas superiores e inferiores en Fig. 7.11). Finalmente, es importante decir que el ángulo de incidencia (supuesto mayor que el crítico) tiene influencia tanto en el contraste como en la magnitud de la fuerza: las líneas

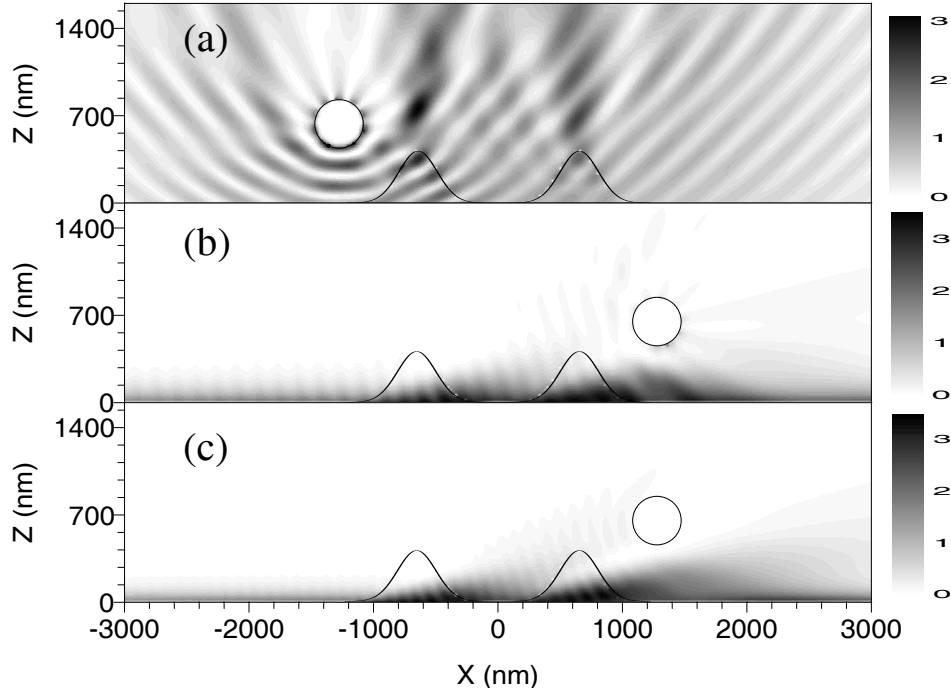


Fig. 7.10: $|H/H_0|^2$, polarización P , para un cilindro de radio $a = 200 \text{ nm}$ inmerso en agua, sobre una superficie de vidrio con defectos de parámetros $X_0 = \pm 638 \text{ nm}$, $h = 425.3 \text{ nm}$ y $\sigma = 212.7 \text{ nm}$, a distancia $d = 442 \text{ nm}$. Incidencia con haz gaussiano de $W = 4000 \text{ nm}$. (a): $\lambda = 441 \text{ nm}$ (en resonancia), $\theta_o = 0^\circ$ y el cilindro centrado en $(-1276, 642) \text{ nm}$. (b): $\lambda = 441 \text{ nm}$ (en resonancia), $\theta_o = 66^\circ$ y el cilindro centrado en $(1276, 642) \text{ nm}$. (c): $\lambda = 316 \text{ nm}$ (fuera de resonancia), $\theta_o = 66^\circ$ y el cilindro centrado en $(1276, 642) \text{ nm}$.

de trazo fino en las Figs. 7.11(b) y 7.11(d) muestran, como ejemplo, que el contraste decrece conforme se aumenta el ángulo de incidencia. Al mismo tiempo, la magnitud de la señal de fuerza también disminuye.

7.5 Discusión

7.5.1 Sobre la naturaleza atractiva o repulsiva de la fuerza vertical

Las fuerzas horizontales que actúan sobre el cilindro, son fuerzas de scattering debidas a la presión de radiación que ejercen tanto la onda evanescente como las ondas dispersadas en las protuberancias, por lo que estas fuerzas son positivas en todos los casos. En el caso de la fuerza vertical, compiten dos efectos por determinar el signo. El primero, es la influencia de la polarizabilidad (véase el capítulo 6), que depende de la polarización de la onda que ilumina. Por otro lado, una onda evanescente produce únicamente fuerza de gradiente en la dirección vertical. Para cilindros de plata, la fuerza para $\lambda = 387 \text{ nm}$ ($\epsilon_2 = -3.22 + i0.70$) y para $\lambda = 441 \text{ nm}$ ($\epsilon_2 = -5.65 + i0.75$) debe ser atractiva, mientras que para $\lambda = 316 \text{ nm}$ ($\epsilon_2 = 0.78 + i1.07$), la parte real de la polarizabilidad cambia de signo, y también la fuerza de gradiente, haciendo que la fuerza total en esta dirección sea negativa (para cilindros no muy

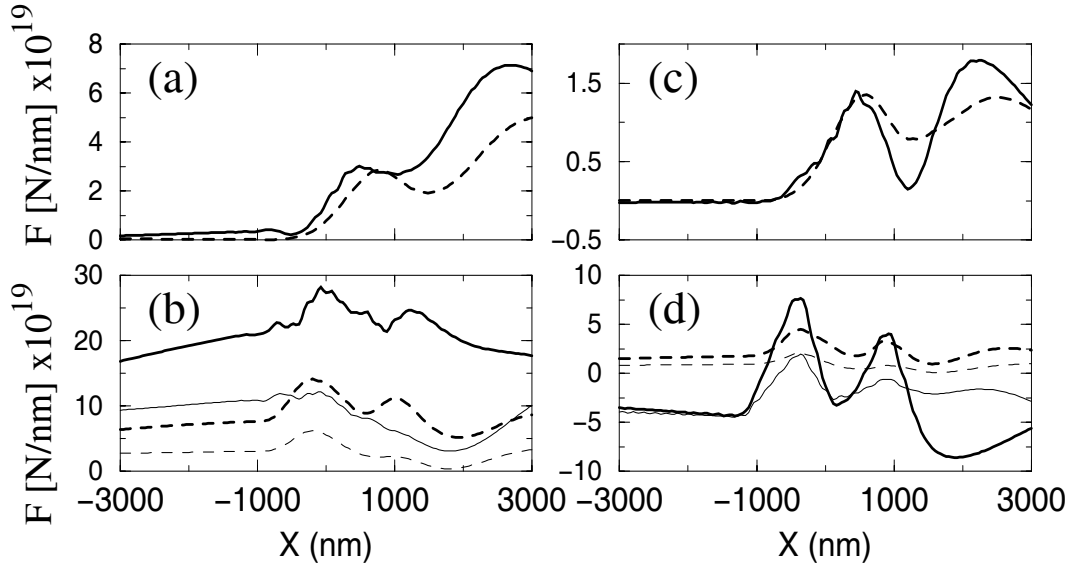


Fig. 7.11: Fuerza sobre un cilindro de plata de radio $a = 200 \text{ nm}$ inmerso en agua, explorando a distancia constante una superficie de vidrio con defectos de parámetros $X_0 = \pm 638 \text{ nm}$ y $\sigma = 212.7 \text{ nm}$ según OX . El campo incidente es un haz gaussiano de polarización P , $W = 4000 \text{ nm}$ y $\theta_0 = 66^\circ$. (a): Fuerza horizontal, $h = 425.3 \text{ nm}$, $d = 442 \text{ nm}$. (b): Fuerza horizontal, $h = -425.3 \text{ nm}$, $d = 25 \text{ nm}$. (c): Fuerza vertical, $h = 425.3 \text{ nm}$, $d = 442 \text{ nm}$. (d): Fuerza vertical, $h = -425.3 \text{ nm}$, $d = 25 \text{ nm}$. Línea continua: $\lambda = 441 \text{ nm}$ (en resonancia), línea discontinua: $\lambda = 316 \text{ nm}$ (fuera de resonancia). Línea fina continua: $\lambda = 441 \text{ nm}$ (en resonancia) a $\theta_0 = 72^\circ$, línea fina discontinua: $\lambda = 316 \text{ nm}$ (fuera de resonancia) a $\theta_0 = 72^\circ$.

grandes, como los aquí estudiados). Sin embargo, en las situaciones contempladas en este trabajo, se producen ondas dispersadas tanto propagantes (hacia $Z > 0$) como evanescentes (véase §B.1), bajo condiciones de RTI, debido no sólo al scattering múltiple de la luz entre el cilindro y la porción plana de la interfaz, sino también a los defectos superficiales. De esta manera, las fuerzas de scattering también tienen lugar en la componente Z . Esto afecta al signo de las fuerzas pero es más notable al aumentar el tamaño de los objetos. En cilindros y defectos más grandes (cf. Fig. 7.11), la fuerza de gradiente es más débil que la fuerza de scattering por lo que la fuerza F_Z se hace repulsiva cuando se explora a $\lambda = 441 \text{ nm}$ (plasmón excitado). Por otro lado, para los cilindros de plata más pequeños estudiados (cf. Figs. 7.7–7.9), la fuerza de gradiente es mayor que la de scattering para $\lambda = 387 \text{ nm}$ (plasmon excitado), y así la fuerza es atractiva en esta exploración. También, conforme disminuye la distancia entre la partícula y la superficie, la fuerza de gradiente se hace más atractiva [Chaumet 00b, Chaumet 00a]. Esto explica los hundimientos y el cambio de contraste en la distribución de fuerza vertical cuando se exploran los salientes y entrantes. Para $\lambda = 316 \text{ nm}$ (sin excitación de plasmon), tanto la fuerza de scattering como la de gradiente actúan en el mismo sentido en la dirección vertical, haciendo que la fuerza sea repulsiva, no importa el tamaño del cilindro en este caso. Para el cilindro de silicio, mostrado en los casos de la sección 7.4, las fuerzas verticales que actúan bajo condiciones de RTI son atractivas en ausencia de interacción (para ambas polarizaciones y longitudes de

onda usadas). Sin embargo, esta interacción es capaz de tornar la fuerza vertical en repulsiva para polarización S a $\lambda = 538 \text{ nm}$, debido a la fuerza de scattering.

Este estudio revela la dependencia de la naturaleza atractiva o repulsiva de las fuerzas con los tamaños de los objetos (sonda detectora y defectos de la superficie), aparte de la polarizabilidad de la partícula usada como sonda y la distancia a la interfaz, cuando se usa iluminación en RTI. La competición entre la magnitud de las componentes de scattering y de gradiente en la fuerza determina esta naturaleza.

7.5.2 Sobre el orden de magnitud de las fuerzas

Queremos puntualizar que el orden de magnitud de las fuerzas obtenidas en los cálculos en $2D$ son consistentes con las fuerzas que se obtienen en experimentos y cálculos en $3D$ de Refs. [Ohtsu 93, Güntherodt 95, Depasse 92, Sugiura 93, Kawata 92, Dereux 94, Girard 94, Almaas 95, Novotny 97, Hecht 96, Okamoto 99, Chaumet 00a, Chaumet 00b]. Supongamos un cilindro truncado de longitud axial $L = 10 \text{ }\mu\text{m}$, y un haz gaussiano de anchura $2W \sim 10 \text{ }\mu\text{m}$. Entonces, sobre la interfaz se ilumina una sección rectangular de $L \times 2W = 10^2 \text{ }\mu\text{m}^2$. Para una potencia incidente de $P_0 \sim 1 \text{ mW}$, repartida sobre esta sección rectangular, la intensidad incidente es $I_0 \sim 10^{-2} \text{ mW}/\mu\text{m}^2$, y el rango de fuerzas en nuestros cálculos es $F \sim 10^{-14} - 10^{-13} \text{ N}$. De esta manera, las fuerzas obtenidas en las Figs. 7.11(b) y 7.11(d) son consistentes con las presentadas en, por ejemplo, Ref. [Kawata 92].

7.6 Conclusiones

En este capítulo hemos estudiado la transducción de las fuerzas ópticas sentidas por una partícula que actúa como sonda detectora y que explora una interfaz dieléctrica. Hemos establecido un modelo de detección de fuerzas fotónicas en campo cercano para caracterización de topografías de superficies.

Las partículas metálicas se revelan, bajo condiciones resonantes (excitación de plasmones en la sonda), como mejores candidatas ya que la señal que arrojan es más fuerte y de mejor contraste. Sin embargo, cuando las protuberancias son grandes, la excitación de la resonancia de plasmón no es tan eficiente comparada con los modos de galería susurrante de las partículas dieléctricas, y la imagen resultante tiene un contraste menor que con sondas dieléctricas. La señal de fuerza revela nítidamente la topografía de la superficie. Esto se consigue principalmente con la componente vertical de la fuerza. Además la señal mejora la obtenida con técnicas conocidas de microscopía de campo cercano. Cuando el tamaño de los defectos de la superficie y la partícula aumentan, los resultados son más dramáticos: se excita más difícilmente la resonancia de plasmón (debido a la distancia desde la partícula a la parte plana de la superficie), pero la fuerza exhibe el mismo comportamiento en escalas menores, únicamente desplazando las posiciones de los picos en la curva de fuerza respecto a los salientes reales en la superficie. Las partículas de silicio proporcionan una imagen de menor contraste. Este contraste solamente se mejora débilmente cuando se excita una resonancia morfológica en la sonda detectora, pero no es mayor que la obtenida con sondas detectoras de plata bajo excitación de resonancia de plasmón. El cálculo muestra, sin embargo, que la imagen es mejor cuando la partícula de silicio se coloca en aire, que cuando está en agua. Esto es debido a que se excita mejor el modo de galería susurrante cuando el contraste de índices entre la partícula y el medio envolvente es mayor.

Finalmente, cuando el ángulo de incidencia aumenta (supuesto mayor que el crítico), tanto el contraste de las imágenes como la magnitud de las fuerzas disminuye en todos los

casos. El proceso de promedio que se adivina incluido en el tensor de tensiones de Maxwell, así como el carácter local de la fuerza, a diferencia de la intensidad del campo electromagnético, evita los efectos de interferencia del campo cercano y los artefactos contenidos en la distribución de intensidad en campo cercano.

Parte IV

CONCLUSIONES EN EL CONTEXTO DE AMPLIACIÓN Y FUTURO

*Camino que no es camino
de más está que se emprenda,
porque más nos descarría
cuanto más lejos nos lleva.*

– Manuel Machado

*El hombre tiene cuatro cosas
que no sirven en la mar:
ancla, gobernalles y remos,
y miedo de naufragar.*

– Antonio Machado

CAPÍTULO 8

VÍAS DE AMPLIACIÓN Y PERSPECTIVAS DE FUTURO

Veamos ahora directrices para el desarrollo a corto y largo plazo del trabajo presentado en esta memoria. Indicamos el contexto en el que nos encontramos hoy para pensar en las perspectivas de futuro de los trabajos que aquí presentados, conectan con los intereses teóricos y experimentales próximos.

Parte I

El problema de la detección y caracterización de objetos ocultos bajo interfaces rugosas aleatorias es muy amplio [Ogilvy 91] y depende del tipo de sistema que se observe para saber las técnicas, métodos y teorías más adecuadas que pueden abordarlo. Los trabajos presentados en esta parte podrían situarse dentro del tema de luz en medios aleatorios, y en especial, dentro del estudio de scattering de luz por superficies rugosas aleatorias. Sin embargo, tampoco hay por qué marcar una línea puramente electromagnética. Los modos de galería susurrante, como se explica en el capítulo 1, fueron encontrados primero en ondas acústicas, por lo que la física desarrollada en el capítulo 2 es igualmente aplicable a estas ondas. El capítulo 3 tiene también cabida en estos estudios, aunque, como se argumentó, trata también un modelo rudimentario en la línea de perfiles rugosos de piel con objetos o tejidos extraños escondidos. Este trabajo es un estudio totalmente novedoso en lo que respecta a la óptica de campo cercano, puesto que, hasta su aparición y nuestro conocimiento, nunca se había tratado una configuración de un objeto enterrado bajo una interfaz en la zona cercana (existe, recientemente, un trabajo que trata campos cercanos en este sistema [El-Shenawee 01] en tres dimensiones con simulaciones de Monte Carlo). Lo que es más, no se han encontrado hasta la fecha muchos trabajos (experimentales o teóricos) que traten el scattering electromagnético, tanto en campo cercano como lejano, por superfi-

cies aleatorias con objetos enterrados. Esperamos que la existencia de este estudio estimule experimentos que demarquen la utilidad de esta clase de detección y caracterización.

Se podrían escribir muchas ideas de continuación de estos dos trabajos. Por de pronto, una que completaría y conectaría las ideas lanzadas, sería la de detección en campo cercano (al modo del capítulo 3) de las resonancias de un objeto enterrado bajo una interfaz plana o rugosa aleatoria (al modo del capítulo 2). A la vista de los resultados obtenidos en campo lejano para esta configuración, y los resultados vistos en la parte II en campo cercano, parece bastante claro que debe ser posible esta detección y caracterización en la zona cercana. Los experimentos de óptica de campo cercano no han contemplado, de momento, el uso de esta microscopía para este cometido, pero creemos que puede ser bastante útil, puesto que la técnica de SNOM, frente a la microscopía de efecto túnel cuántico (STM: scanning tunneling microscopy) o la de fuerza atómica (AFM: atomic force microscopy), puede realizar esta tarea. Otra idea que conectaría esto con lo expuesto en el capítulo 7, sería el estudio de la perturbación de las fuerzas electromagnéticas que una sonda de microscopía fotónica de fuerzas obtiene como señal cuando explora una superficie con un objeto oculto, también en el contexto de resonancias. La iluminación tendría que ser distinta que la de reflexión total interna.

En lo que respecta al estudio de propagación de luz en tejidos biológicos, se hace necesario el tratamiento del tema desde un marco más específico. La piel es demasiado compleja para poder resolver el campo electromagnético en cada punto. Los tejidos biológicos son medios altamente dispersores, y no pueden ser considerados medios homogéneos. El problema de la propagación de luz en su interior se transforma en un problema de transporte de fotones, que es, en definitiva, un problema estadístico. Un modelo adecuado es el proporcionado por la ecuación de transporte radiativo (radiative transfer equation) [Ishimaru 78], que en el caso de dispersión múltiple¹ puede ser tratada desde la aproximación de *ondas difusivas* [Ripoll 00]. Se suele trabajar con luz en el infrarrojo cercano porque la absorción en esta zona del espectro es menor [Yodh 95]. El uso de luz en el diagnóstico médico está teniendo hoy gran aceptación en las comunidades de biofísica y medicina [Gayen 96], puesto que puede caracterizar las posibles lesiones ópticamente frente a técnicas como son rayos X y ultrasonidos [Webb 98], no es tan cara como la resonancia magnética y puede distinguir el nivel de oxígeno; puede también dar información tanto estructural como funcional, y es *no invasiva*. Esto es, puede detectar, localizar y caracterizar un objeto oculto en un medio biológico sin alterar el medio circundante (no ocurre esto con los rayos X , que emplean radiación ionizante).

Partes II y III

Un tema que conecta directamente con los estudios de fuerzas y resonancias desarrollados en esta tesis, es el de *enlaces ópticos* (optical binding). Se trata de estudiar las fuerzas que interactúan entre partículas en una estructura asistida por la iluminación de luz. Como hemos visto, los campos electromagnéticos generan fuerzas sobre objetos. Si ahora consideramos varios de ellos sometidos a un campo electromagnético, se generarán fuerzas correspondientes a los objetos aislados, y a su vez fuerzas entre estos cuerpos debido a los efectos del scattering múltiple. Las fuerzas de scattering y absorción, como hemos estudiado, llevan la dirección y sentido de la propagación, por lo que conducen a fuerzas

¹ Los fotones en tejidos biológicos pueden no sufrir dispersión (régimen balístico, luz coherente), sufrir poca dispersión o sufrir dispersión múltiple (fotones difusivos).

repulsivas entre objetos. Sin embargo, las fuerzas de gradiente pueden producir fuerzas atractivas entre objetos iluminados (dependiendo de sus características). La primera idea que surge, es la de investigar estas fuerzas con el fin de organizar materia, a escala micro y nanométrica, en estructuras deseadas, mediante luz. Las primeras publicaciones que consideran este tipo de interacciones ópticas a varios cuerpos, persiguiendo esta posibilidad son las Refs. [Malley 98, Bayer 98, Depasse 94, Burns 90, Burns 89].

La idea es más compleja que una simple consideración de fuerzas de gradiente atractivas: hemos visto que cuando se aproxima un cuerpo a otro que soporta una onda evanescente, el scattering múltiple provoca la aparición de ondas propagantes que pueden tornar la fuerza —en una determinada dirección— de atractiva a repulsiva. Además, la realización experimental normalmente considera medios acuosos, puesto que se evita la fuerza de la gravedad, aunque esto hace aparecer otro problema que es el movimiento browniano. Para partículas tan pequeñas, el choque con simples moléculas puede ser más importante que las posibles fuerzas de enlaces ópticos. De hecho, esto pasa en los experimentos de pinzas ópticas, donde hay que seleccionar unos parámetros óptimos de focalización y potencia incidente para poder atrapar una partícula en la región focal de un haz láser. Existen pocos estudios teóricos que aborden estos problemas, Refs. [Novotny 97, Chaumet 01, Chaumet 02], pero el resultado es que es posible ligar partículas (a otras o a superficies), bajo ciertas condiciones, por medio de luz.

El efecto de scattering múltiple provoca la conversión de ondas evanescentes en propagantes, dificultando a las fuerzas de gradiente generar enlaces. Pero el hecho inverso también se produce, es decir, las ondas propagantes pueden generar ondas evanescentes en partículas². Esto se ha tratado en esta tesis. En concreto, hemos visto que las resonancias electromagnéticas dan lugar a modos en los objetos, con campos que se amortiguan exponencialmente conforme nos alejamos externamente de la superficie de la partícula. Las fuerzas generadas por estos campos evanescentes entre partículas cercanas en resonancia es un hecho que ha sido tratado en las Refs. [Antonoyiannakis 97, Antonoyiannakis 99], donde se ve que la aparición de modos de Mie conduce a la generación de estados enlazantes y antienlazantes entre partículas iluminadas con la frecuencia adecuada.

Este tema enlaza, valga la redundancia, directamente con lo que se denominan *moléculas fotónicas* (photonic molecules). La posibilidad de ligar un pequeño número de partículas conduce al concepto análogo al de molécula. A este respecto, algunas de las referencias dadas más arriba hablan con esta terminología. También en la Ref. [Bayer 98] se consideran estos arreglos, llegando incluso a hablar de orbitales moleculares (σ y π), entre pares de cavidades semiconductoras unidas por un canal estrecho. Otra referencia más reciente es [Barnes 02].

Si hablamos de enlaces ópticos entre un pequeño número de partículas, el paso siguiente es considerar estructuras de un número grande de partículas asistidas por acción de la luz, esto es, la idea de ensamblaje óptico. Algunas de las referencias dadas más arriba consideran este hecho. Las resonancias electromagnéticas tienen un papel fundamental, puesto que para frecuencias adecuadas se puede conseguir que la materia forme una estructura determinada, para otras frecuencias se puede modificar la estructura a otra también esperada, y para otras se puede destruir.

Partiendo de este hecho, emerge también el concepto de manipulación óptica de partículas. Ya hemos entrado aquí a través de las pinzas ópticas, pero existen otras posibilidades de manipulación, como la de ensamblaje óptico, o, sin ir más lejos, a través de nuevos usos de pinzas ópticas y manipulación como las dadas en [Novotny 97, Chaumet 01, Chaumet 02].

² La coexistencia de ondas propagantes y evanescentes en el campo dispersado por objetos se discute en §B.1 (apéndice B).

Respecto a la manipulación con pinzas ópticas convencionales (las que se forman con un haz láser focalizado), recientemente se ha realizado un experimento referente al transporte de un condensado de Bose–Einstein [Gustavson 02]. El problema fundamental de la manipulación de estos condensados es el calentamiento de los átomos ultrafríos. En este experimento se consigue transferir el condensado (limitado a una cámara de vacío) a lo largo de al menos 44 *cm* con precisión de micras.

Nos encontramos ahora en un punto en el que falta por dilucidar muchas cuestiones relativas a la fuerza generada entre una simple partícula y una onda inhomogénea, como son criterios más firmes para determinar el signo de la fuerza en partículas no dipolares, o la eficiencia de atrapamiento en una trampa óptica en interacción con “medios brownianos”; también falta por aclarar las circunstancias en las que en la competición entre fuerza de gradiente y scattering + absorción, la primera domina, cuando hay scattering múltiple entre, por ejemplo, una sola partícula y una superficie o simples defectos. Estamos, por lo tanto, todavía un poco lejos de poder controlar la formación de enlaces ópticos, moléculas fotónicas o ensamblaje de materia. Sin embargo, la bibliografía dada más arriba prueba que esto es posible.

La conexión de todo esto con biofísica es una puerta bastante amplia y en la que el estudio de fuerzas ópticas, combinado con resonancias electromagnéticas y campos evanescentes, promete muchas posibilidades [Svoboda 94a]. En cálculos teóricos de micromanipulación de eritrocitos [Grover 00], o en los experimentos con ADN [Smith 96, Service 99], se puede notar la fuerte necesidad de utilizar las fuerzas y las resonancias no sólo para atrapar, sino también para manipular y controlar estas biopartículas. Un tema que conecta directamente con el trabajo de esta tesis, y que también ofrece actual interés, es el análisis de moléculas individuales. El estudio del campo electromagnético cercano entre moléculas y la interacción por medio del scattering múltiple permite entender los tiempos de vida medios y la orientación de los dipolos. Una configuración interesante es la de una punta y una molécula individual cercana, en presencia de un sustrato, consistente, por ejemplo, en átomos u otras moléculas. La punta puede constituir la parte final de una sonda de microscopio de campo cercano o una partícula atrapada en la región focal de un haz láser (como en una pinza óptica). Las puntas metálicas son también interesantes ya que la iluminación de puntas metálicas nanométricas produce ondas evanescentes alrededor, capaces de ejercer fuerzas en partículas de bajo índice de refracción [Novotny 97, Chaumet 02, Chaumet 01]. Esto constituye una forma de ligar y manipular (transportar) partículas (no hay contribución apreciable de fuerzas de scattering en esta configuración, ya que no hay campo propagante). Las puntas dieléctricas pueden ejercer también estas fuerzas ópticas de campo evanescente excitando modos de galería susurrante (no hay todavía ningún estudio al respecto). Más aún, una molécula fluorescente puede ser considerada como una fuente de iluminación local sobre partículas pequeñas, tales como células y biomoléculas, para varios propósitos, y también podría ser concebida como un operador local. Se debería realizar un análisis de fuerzas para ver la viabilidad de estas ideas. El débil campo electromagnético podría ser relevante para alterar localmente procesos mecánicos en enlaces macromoleculares.

APÉNDICES

Apéndice A

TEORÍA DE MIE: ECUACIONES BÁSICAS

En este apéndice se revisa la teoría de Mie referente a la esfera y el cilindro bajo incidencia con onda plana propagante. Se consideran objetos homogéneos, isótropos y no magnéticos. Estas dos geometrías constituyen los ejemplos fundamentales en tres y dos dimensiones, respectivamente, y además son buenas aproximaciones, en muchos casos, a problemas reales. Existen generalizaciones de la teoría aquí reseñada para casos con otros tipos de incidencia [Chew 79, Liu 95, Lock 98, Kim 83, Chew 76] o considerando estratificaciones [Fuller 94] e imperfecciones [Ferrari 98], como se indicó en el capítulo 1, pero no representan diferencias cualitativas importantes a los resultados fundamentales que se derivan de los cálculos iniciales de Mie [Mie 08, Debye 09].

A.1 La esfera

El scattering de ondas electromagnéticas por esferas es el que más extensamente se ha estudiado en comparación con otras partículas. Esto es debido a que constituye fortuitamente un buen modelo de aproximación a partículas de otra geometría, y porque hasta hace poco, era el único objeto para el cual se había encontrado solución en 3D [Bohren 83, van de Hulst 81, Kerker 69].

La geometría de scattering, en un sistema de coordenadas esféricas usuales, viene dada por la Fig. A.1. La onda incidente se propaga en la dirección del eje Z positivo, y se asume que el vector de propagación descansa sobre el plano $\phi = 0^\circ$. La onda incidente está polarizada paralela al plano OXY . Las dos polarizaciones primarias incidentes se definen a $\theta = 0^\circ$, por el vector unitario \mathbf{u}_θ , llamada polarización paralela (\parallel), y el vector unitario \mathbf{u}_ϕ , llamada polarización perpendicular (\perp), ambas con referencia al plano OXZ . La onda dispersada descansa en el plano OXZ ($\phi = 0^\circ$) con un ángulo de scattering θ . La polarización dispersada se define según \mathbf{u}_θ (paralela) o \mathbf{u}_ϕ (perpendicular), también con referencia al plano OXZ . El radio de la esfera se denota por a .

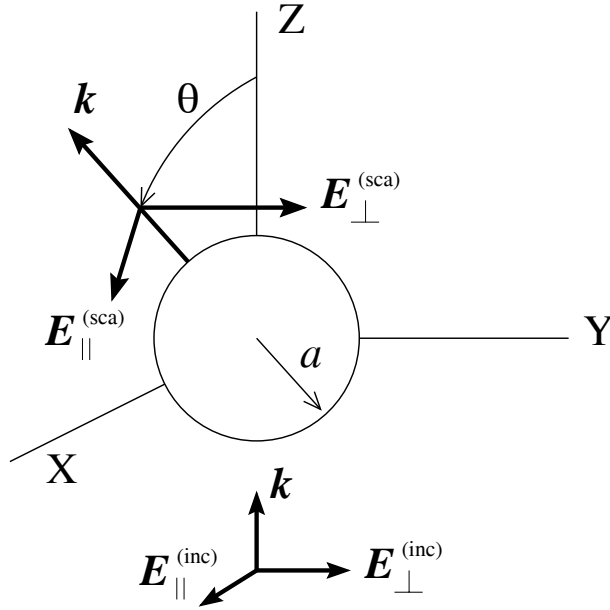


Fig. A.1: Geometría de la esfera de radio a iluminada por una onda plana que se propaga en la dirección $+z$.

A.1.1 Solución a partir de separación de variables

Los campos incidente, interno y dispersado para incidencia con polarización paralela son [Barber 90]:

$$\mathbf{E}^{(inc)}(k_0 \mathbf{r}) = E_0 \sum_{l=1}^{\infty} i^l \frac{2l+1}{l(l+1)} (\mathbf{M}_{o1l}^1 - i \mathbf{N}_{e1l}^1), \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{E}^{(int)}(N k_0 \mathbf{r}) = E_0 \sum_{l=1}^{\infty} (c_{o1l} \mathbf{M}_{o1l}^1 + d_{e1l} \mathbf{N}_{e1l}^1), \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{E}^{(sca)}(k_0 \mathbf{r}) = E_0 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l+1}{2[l(l+1)]^2} (f_{o1l} \mathbf{M}_{o1l}^3 + g_{e1l} \mathbf{N}_{e1l}^3), \quad (\text{A.3})$$

donde c_{o1l} , d_{e1l} y f_{o1l} , g_{e1l} son los coeficientes internos y externos de la expansión, respectivamente, a determinar para polarización paralela. \mathbf{M}_{o1l}^1 y \mathbf{N}_{e1l}^1 son armónicos esféricos vectoriales de primera clase (finitos en el origen) y \mathbf{M}_{o1l}^3 y \mathbf{N}_{e1l}^3 son armónicos esféricos vectoriales de tercera clase (funciones de onda salientes) [Morse 53, Stratton 41]. Estas cantidades están relacionadas con los armónicos esféricos vectoriales $\mathbf{X}_{lm}(\theta, \phi)$, introducidos en el capítulo 1, mediante las relaciones [Hill 95]:

$$j_l(k_0 r) \frac{\mathbf{X}_{lm}(\theta, \phi) + \mathbf{X}_{lm}^*(\theta, \phi)}{2} = -\sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi l(l+1)(l+m)!}} \mathbf{M}_{oml}^1, \quad (\text{A.4})$$

$$j_l(k_0 r) \frac{\mathbf{X}_{lm}(\theta, \phi) - \mathbf{X}_{lm}^*(\theta, \phi)}{2} = i\sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi l(l+1)(l+m)!}} \mathbf{M}_{eml}^1. \quad (\text{A.5})$$

De igual manera para los de tercera clase sustituyendo la función esférica de Bessel $j_l(k_0 r)$, por la función esférica de Hankel $h_l^{(1)}(k_0 r)$. Así mismo, $\mathbf{N}_{ml} = \nabla \times \mathbf{M}_{ml}/k_0$. Los subíndices *eml* y *oml* representan el triple índice: $\sigma = e, o$, par e impar (even y odd, del inglés), y los números m y l definidos en el capítulo 1. Como hemos visto en dicho capítulo 1, la simetría esférica hace que las ondas parciales en m se encuentren degeneradas, por lo que basta con tomar el número azimutal $m = 1$. El índice de refracción de la esfera respecto al medio externo es N , $k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$ es el número de onda (con λ la longitud de onda incidente), y \mathbf{r} es el vector de posición. E_0 es la amplitud del campo incidente.

Recordemos que [Jackson 75]:

$$\mathbf{X}_{lm}(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \mathbf{L} Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (\text{A.6})$$

o bien [Hill 95],

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{lm}(\theta, \phi) = & -\sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi l(l+1)(l+m)!}} \times \\ & \left(m \frac{P_l^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \mathbf{u}_\theta + i \frac{\partial P_l^m(\cos \theta)}{\partial \theta} \mathbf{u}_\phi \right) e^{im\phi}, \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

siendo $Y_{lm}(\theta, \phi)$ los armónicos esféricos usuales, y $P_l^m(\cos \theta)$, las funciones asociadas de Legendre [Jackson 75, Morse 53].

Los campos incidente, interno y dispersado para incidencia con polarización perpendicular son [Barber 90]:

$$\mathbf{E}^{(inc)}(k_0 \mathbf{r}) = -E_0 \sum_{l=1}^{\infty} i^l \frac{2l+1}{l(l+1)} (\mathbf{M}_{e1l}^1 + i \mathbf{N}_{o1l}^1), \quad (\text{A.8})$$

$$\mathbf{E}^{(int)}(N k_0 \mathbf{r}) = E_0 \sum_{l=1}^{\infty} (c_{e1l} \mathbf{M}_{e1l}^1 + d_{o1l} \mathbf{N}_{o1l}^1), \quad (\text{A.9})$$

$$\mathbf{E}^{(sca)}(k_0 \mathbf{r}) = E_0 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l+1}{2[l(l+1)]^2} (f_{e1l} \mathbf{M}_{e1l}^3 + g_{o1l} \mathbf{N}_{o1l}^3), \quad (\text{A.10})$$

donde c_{e1l} , d_{o1l} y f_{e1l} , g_{o1l} son los coeficientes internos y externos de la expansión, respectivamente, a determinar para polarización perpendicular.

Campo interno

Los coeficientes de la expansión del campo interno para polarización paralela son:

$$c_{o1l} = i^l \frac{2l+1}{l(l+1)} \left\{ \frac{i/x}{j_l(Nx)[xh_l^{(1)}(x)]' - h_l^{(1)}(x)[Nxj_l(Nx)]'} \right\}, \quad (\text{A.11})$$

$$d_{e1l} = -i^{l+1} \frac{2l+1}{l(l+1)} \left\{ \frac{Ni/x}{N^2 j_l(Nx)[xh_l^{(1)}(x)]' - h_l^{(1)}(x)[Nxj_l(Nx)]'} \right\}, \quad (\text{A.12})$$

donde $x = k_0 a$ es el parámetro de tamaño, y la prima indica derivada con respecto al argumento.

Estos coeficientes están relacionados con los de Bohren y Huffman [Bohren 83] usando

$$c_{o1l} = i^l \frac{2l+1}{l(l+1)} c_l, \quad (\text{A.13})$$

$$d_{e1l} = -i^{l+1} \frac{2l+1}{l(l+1)} d_l. \quad (\text{A.14})$$

Los c_l y d_l en Ecs. (A.13) y (A.14) son los términos entre llaves en las Ecs. (A.11) y (A.12), respectivamente, los cuales son los mismos que los usados por Bohren y Huffman [Bohren 83] habiendo sustituido (i/x) en el numerador de c_l , y (Ni/x) en el numerador de d_l , por la expansión de los términos implicados en las derivadas y aplicación del Wronskiano. La comparación con los coeficientes de Stratton y Barber puede verse en [Stratton 41, Barber 90]. Estas tres últimas referencias y la presente tesis usan la convención para la variación armónica del campo $e^{-i\omega t}$, a diferencia de van de Hulst y Kerker, en Refs. [van de Hulst 81, Kerker 69], que usan la variación $e^{i\omega t}$. La expresión del coeficiente c_l de Bohren y Huffman es N veces el complejo conjugado del coeficiente d_l usado por van de Hulst, y $(1/N)$ veces el complejo conjugado del coeficiente d_l usado por Kerker. La expresión para el coeficiente d_l de Bohren y Huffman es N veces el complejo conjugado del coeficiente c_l usado por van de Hulst, y es el complejo conjugado del coeficiente d_l usado por Kerker.

Los coeficientes de la expansión del campo interno para polarización incidente perpendicular son:

$$c_{e1l} = -c_{o1l}, \quad (\text{A.15})$$

$$d_{o1l} = d_{e1l}. \quad (\text{A.16})$$

Los coeficientes d_{e1l} , d_{o1l} y d_l , corresponden al modo transversal magnético, TM . Los coeficientes c_{e1l} , c_{o1l} y c_l , corresponden al modo transversal eléctrico, TE . Ambos modos están definidos en el capítulo 1.

Campo externo

Los coeficientes de la expansión del campo dispersado para polarización paralela son:

$$f_{o1l} = -i^l 2l(l+1) \left\{ \frac{j_l(x)[Nxj_l(Nx)]' - j_l(Nx)[xj_l(x)]'}{h_l^{(1)}(x)[Nxj_l(Nx)]' - j_l(Nx)[xh_l^{(1)}(x)]'} \right\}, \quad (\text{A.17})$$

$$g_{e1l} = i^{l+1} 2l(l+1) \left\{ \frac{j_l(x)[Nxj_l(Nx)]' - N^2 j_l(Nx)[xj_l(x)]'}{h_l^{(1)}(x)[Nxj_l(Nx)]' - N^2 j_l(Nx)[xh_l^{(1)}(x)]'} \right\}, \quad (\text{A.18})$$

donde $x = k_0 a$ es el parámetro de tamaño, y la prima indica derivada con respecto al argumento.

Estos coeficientes están relacionados con los de Bohren y Huffman [Bohren 83] usando

$$f_{o1l} = -i^l 2l(l+1)b_l, \quad (\text{A.19})$$

$$g_{e1l} = i^{l+1} 2l(l+1)a_l. \quad (\text{A.20})$$

Los b_l y a_l en Ecs. (A.19) y (A.20) son los términos entre llaves en las Ecs. (A.17) y (A.18), respectivamente, los cuales son los mismos que los usados por Bohren y Huffman [Bohren 83]. La comparación con los coeficientes de Stratton y Barber puede verse en [Stratton 41, Barber 90]. Las expresiones de los coeficientes a_l y b_l de Bohren y Huffman son los complejos conjugados de los coeficientes a_l y b_l dados por van de Hulst y Kerker.

Los coeficientes de la expansión del campo dispersado para polarización incidente perpendicular son:

$$f_{e1l} = -f_{o1l}, \quad (\text{A.21})$$

$$g_{o1l} = g_{e1l}. \quad (\text{A.22})$$

Los coeficientes g_{e1l} , g_{o1l} y a_l , corresponden al modo transversal magnético, TM . Los coeficientes f_{e1l} , f_{o1l} y b_l , corresponden al modo transversal eléctrico, TE . Ambos modos están definidos en el capítulo 1.

La convergencia numérica de todas las cantidades en las que estos coeficientes van a aparecer se alcanza al sumar sobre los infinitos términos. Sin embargo, el análisis de estos coeficientes ha revelado [Wiscombe 80] que para esferas, el número de coeficientes necesarios para alcanzar la convergencia suele ajustarse a la regla dada por:

$$l_c = x + 4.05x^{1/3} + 2, \quad (\text{A.23})$$

que en el caso de las resonancias morfológicas más estrechas debe ser incrementado hasta $|Nx|$ como punto de inicio [Barber 82].

A.1.2 Intensidad de scattering y secciones eficaces

Basados en los coeficientes anteriormente reseñados, podemos calcular los campos en la zona lejana (en el límite $k_0 r \rightarrow \infty$):

$$\mathbf{E}^{(sca)}(k_0 r) = \mathbf{F} \frac{e^{ik_0 r}}{r} \quad (\text{A.24})$$

donde el vector \mathbf{F} tienen componentes para polarización paralela (en coordenadas esféricas) [Barber 90]:

$$F_\theta = \frac{i^{-(l+1)}}{k_0} \cos \theta \frac{P_l^1(\cos \theta)}{\sin \theta} D_{1l} f_{o1l} + \frac{i^{-l}}{k_0} \cos \theta \left[l \cos \theta \frac{P_l^1(\cos \theta)}{\sin \theta} - (l+1) \frac{P_{l-1}^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \right] D_{1l} g_{e1l} , \quad (\text{A.25})$$

$$F_\phi = \frac{-i^{-(l+1)}}{k_0} \sin \theta \left[l \cos \theta \frac{P_l^1(\cos \theta)}{\sin \theta} - (l+1) \frac{P_{l-1}^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \right] D_{1l} f_{o1l} - \frac{i^{-l}}{k_0} \sin \theta \frac{P_l^1(\cos \theta)}{\sin \theta} D_{1l} g_{e1l} , \quad (\text{A.26})$$

donde

$$D_{1l} = \frac{2l+1}{2[l(l+1)]^2} \quad (\text{A.27})$$

Las componentes de \mathbf{F} para incidencia con polarización perpendicular son:

$$F_\theta = \frac{-i^{-(l+1)}}{k_0} \sin \theta \frac{P_l^1(\cos \theta)}{\sin \theta} D_{1l} f_{e1l} + \frac{i^{-l}}{k_0} \sin \theta \left[l \cos \theta \frac{P_l^1(\cos \theta)}{\sin \theta} - (l+1) \frac{P_{l-1}^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \right] D_{1l} g_{o1l} , \quad (\text{A.28})$$

$$F_\phi = \frac{-i^{-(l+1)}}{k_0} \cos \theta \left[l \cos \theta \frac{P_l^1(\cos \theta)}{\sin \theta} - (l+1) \frac{P_{l-1}^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \right] D_{1l} f_{e1l} + \frac{i^{-l}}{k_0} \cos \theta \frac{P_l^1(\cos \theta)}{\sin \theta} D_{1l} g_{o1l} . \quad (\text{A.29})$$

La intensidad dispersada en la zona lejana es [van de Hulst 81]:

$$I(\theta, x, N) = \frac{I_0}{(k_0 r)^2} |\mathbf{F}(\theta)|^2 , \quad (\text{A.30})$$

donde I_0 es la intensidad incidente. Las eficiencias de extinción y scattering vienen dadas por:

$$Q_{ext} = \frac{1}{(k_0 a)^2} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l+1}{l(l+1)} \Im m \left\{ i^{-(l+1)} (f_{o1l} + i g_{e1l}) \right\}, \quad (\text{A.31})$$

$$Q_{sca} = \frac{1}{(k_0 a)^2} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l+1}{2[l(l+1)]^2} (|f_{o1l}|^2 + |g_{e1l}|^2), \quad (\text{A.32})$$

Usando las relaciones (A.19) y (A.20) las expresiones quedan según la conocida forma:

$$Q_{ext} = \frac{2}{(k_0 a)^2} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) \Re e \{ a_l + b_l \}, \quad (\text{A.33})$$

$$Q_{sca} = \frac{2}{(k_0 a)^2} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) (|a_l|^2 + |b_l|^2). \quad (\text{A.34})$$

La eficiencia de absorción viene dada por $Q_{abs} = Q_{ext} - Q_{sca}$, y la eficiencia de presión de radiación por $Q_{pr} = Q_{ext} - \overline{\cos \theta} \cdot Q_{sca}$, donde

$$\begin{aligned} \overline{\cos \theta} \cdot Q_{sca} &= \frac{4}{x^2} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{l(l+2)}{l+1} \Re e \{ a_l^* a_{l+1} + b_l^* b_{l+1} \} \\ &\quad + \frac{4}{x^2} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l+1}{l(l+1)} \Re e \{ a_l^* b_l \}. \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

Las eficiencias son magnitudes adimensionales directamente relacionadas con las secciones eficaces. Para una esfera, esta relación es $Q = C/(\pi a^2)$.

A.1.3 Aproximación de partícula pequeña

Hay dos formas de llegar a obtener resultados para esferas con $k_0 a \ll 1$. La primera, la aproximación de Rayleigh, supone que la esfera está incrustada en un campo electrostático. Esto proporciona las expresiones del campo eléctrico interno y externo y posibilita el cálculo de cualquier otra magnitud que dependa directamente de dicho campo. La segunda es la aproximación de partículas pequeñas, en la cual se usan sólo los coeficientes de órdenes más bajos en la expansión de las series de Mie.

En la aproximación de Rayleigh, los campos eléctricos incidente, dispersado e interno [Stratton 41], para polarización paralela son:

$$\mathbf{E}^{(inc)} = E_0 \mathbf{u}_x = E_0 [\sin \theta \cos \phi \mathbf{u}_r + \cos \theta \cos \phi \mathbf{u}_\theta - \sin \phi \mathbf{u}_\phi] , \quad (\text{A.36})$$

$$\mathbf{E}^{(sca)} = E_0 \frac{N^2 - 1}{N^2 + 2} \left(\frac{a}{r}\right)^3 [2 \sin \theta \cos \phi \mathbf{u}_r - \cos \theta \cos \phi \mathbf{u}_\theta + \sin \phi \mathbf{u}_\phi] , \quad (\text{A.37})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(int)} &= E_0 \frac{3}{N^2 + 2} \mathbf{u}_x = \\ &E_0 \frac{3}{N^2 + 2} [\sin \theta \cos \phi \mathbf{u}_r + \cos \theta \cos \phi \mathbf{u}_\theta - \sin \phi \mathbf{u}_\phi] , \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

y para polarización perpendicular son:

$$\mathbf{E}^{(inc)} = E_0 \mathbf{u}_y = E_0 [\sin \theta \sin \phi \mathbf{u}_r + \cos \theta \sin \phi \mathbf{u}_\theta + \cos \phi \mathbf{u}_\phi] , \quad (\text{A.39})$$

$$\mathbf{E}^{(sca)} = E_0 \frac{N^2 - 1}{N^2 + 2} \left(\frac{a}{r}\right)^3 [2 \sin \theta \sin \phi \mathbf{u}_r - \cos \theta \sin \phi \mathbf{u}_\theta - \cos \phi \mathbf{u}_\phi] , \quad (\text{A.40})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(int)} &= E_0 \frac{3}{N^2 + 2} \mathbf{u}_y = \\ &E_0 \frac{3}{N^2 + 2} [\sin \theta \sin \phi \mathbf{u}_r + \cos \theta \sin \phi \mathbf{u}_\theta + \cos \phi \mathbf{u}_\phi] . \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

Como se puede apreciar en las Ecs. (A.38) y (A.41), los campos en el interior son paralelos al incidente y constantes.

Dos expresiones interesantes son las del promedio angular de la intensidad. Para una esfera, estas cantidades son independientes de la polarización y quedan para el interior y exterior:

$$I^{(int)} = \left| \frac{3E_0}{N^2 + 2} \right|^2 , \quad (\text{A.42})$$

$$I^{(ext)} = \frac{1}{3} |E_0|^2 \left[\left| \frac{2(N^2 - 1)}{N^2 + 2} \left(\frac{a}{r}\right)^3 + 1 \right|^2 + 2 \left| \frac{N^2 - 1}{N^2 + 2} \left(\frac{a}{r}\right)^3 - 1 \right|^2 \right] . \quad (\text{A.43})$$

Las eficiencias de extinción y scattering obtenidas usando sólo los coeficientes de menor orden en la expansión son [Bohren 83], para $|E_0| = 1$:

$$\begin{aligned} Q_{ext} &= 4x \Im m \left\{ \frac{N^2 - 1}{N^2 + 1} \left[1 + \frac{x^2}{15} \left(\frac{N^2 - 1}{N^2 + 2} \right) \frac{N^4 + 27N^2 + 38}{2N^2 + 3} \right] \right\} \\ &\quad + \frac{8}{3} x^4 \Re e \left\{ \left(\frac{N^2 - 1}{N^2 + 1} \right)^2 \right\} , \end{aligned} \quad (\text{A.44})$$

$$Q_{sca} = \frac{8}{3} x^4 \left| \frac{N^2 - 1}{N^2 + 2} \right|^2 . \quad (\text{A.45})$$

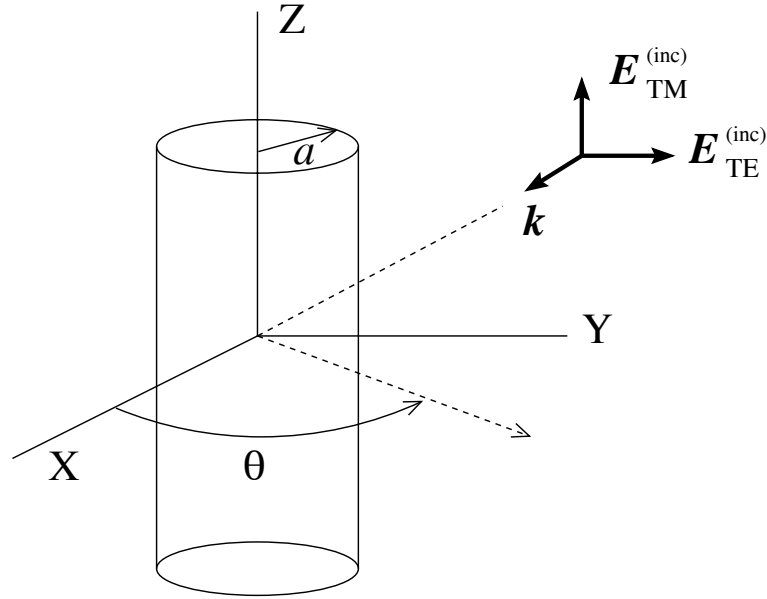


Fig. A.2: Geometría del cilindro infinito de radio a iluminado por una onda plana que se propaga en la dirección $+x$. TM y TE son las polarizaciones que se indican.

A.2 El cilindro circular infinito bajo incidencia normal

El cilindro circular infinito, iluminado perpendicularmente al eje, proporciona un modelo bastante conveniente en $2D$ para ilustrar las propiedades de scattering de partículas [van de Hulst 81, Kerker 69, Bohren 83]. La iluminación a incidencia normal es un caso especial del problema más general de iluminación a incidencia oblicua.

La geometría de scattering se muestra en Fig. A.2. Una onda plana incidente se propaga en la dirección X positiva. Si el campo eléctrico está polarizado paralelo al eje del cilindro, el campo magnético es transversal al eje (es el caso transversal magnético o TM , también conocido como onda S). Si el campo eléctrico está polarizado perpendicular al eje del cilindro (el caso transversal eléctrico o TE , también conocido como onda P), el campo magnético es paralelo al eje. El ángulo azimutal en el sistema de coordenadas cilíndrico es θ , mientras que la variable radial es r . El radio del cilindro se denota por a .

A.2.1 Solución a partir de separación de variables

El primer paso en la resolución por separación de variables, es la expansión del campo eléctrico y magnético en términos de las funciones cilíndricas circulares de Bessel.

Polarización TM

Para la polarización TM , también llamada S , el vector eléctrico tiene solamente componente Z para los campos incidente, interno y externo [Barber 90]:

$$\mathbf{E}^{(inc)}(k_0 \mathbf{r}) = E_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} i^l J_l(k_0 r) e^{il\theta} \mathbf{u}_z, \quad (\text{A.46})$$

$$\mathbf{E}^{(int)}(N k_0 \mathbf{r}) = E_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} i^l d_l J_l(N k_0 r) e^{il\theta} \mathbf{u}_z, \quad (\text{A.47})$$

$$\mathbf{E}^{(sca)}(k_0 \mathbf{r}) = -E_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} i^l b_l H_l^{(1)}(k_0 r) e^{il\theta} \mathbf{u}_z, \quad (\text{A.48})$$

donde d_l y b_l son los coeficientes internos y dispersados de la expansión, respectivamente, a determinar para polarización S . J_l es la función de Bessel de primera clase y $H_l^{(1)}$ es la función de Hankel de primera clase. La variación con el tiempo es de la forma $e^{-i\omega t}$. El índice de refracción del cilindro respecto al medio externo es N , $k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$ es el número de onda (con λ la longitud de onda incidente), y \mathbf{r} es el vector de posición. E_0 es la amplitud del campo incidente. Aplicamos la ecuación de Maxwell $ik_0 \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{E}$, para encontrar las componentes radiales y azimutales del campo magnético, y aplicamos las condiciones de contorno para los campos tangenciales en $r = a$, que dan lugar a:

$$E_z^{(inc)} + E_z^{(sca)} = E_z^{(int)}, \quad (\text{A.49})$$

$$H_\theta^{(inc)} + H_\theta^{(sca)} = H_\theta^{(int)}. \quad (\text{A.50})$$

Estas dos ecuaciones resultantes se resuelven para los coeficientes dispersados e internos en el modo TM , y son, respectivamente:

$$b_l = \frac{N J_l'(Nx) J_l(x) - J_l(Nx) J_l'(x)}{N J_l'(Nx) H_l^{(1)}(x) - J_l(Nx) H_l^{(1)'}(x)}, \quad (\text{A.51})$$

$$d_l = \frac{1}{J_l(Nx)} [J_l(x) - b_l H_l^{(1)}(x)], \quad (\text{A.52})$$

donde $x = k_0 a$ es el parámetro de tamaño y la prima indica derivada con respecto al argumento.

Polarización TE

Para polarización TE , también llamada polarización P , el vector magnético tienen solamente componente Z para los campos incidente, interno y externo. El campo magnético puede ser escrito [Barber 90] como en las ecuaciones (A.46)–(A.48), usando ahora H_z , H_0 , a_l y c_l en vez de E_z , E_0 , b_l y d_l , respectivamente. Con la ecuación de Maxwell $-ik_0 \mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{H}$, y las condiciones de contorno de los campos tangenciales en $r = a$:

$$H_z^{(inc)} + H_z^{(sca)} = H_z^{(int)}, \quad (\text{A.53})$$

$$E_\theta^{(inc)} + E_\theta^{(sca)} = E_\theta^{(int)}, \quad (\text{A.54})$$

se obtienen dos ecuaciones que se resuelven para los coeficientes dispersados e internos para el modo TE , y son, respectivamente:

$$a_l = \frac{J'_l(Nx)J_l(x) - NJ_l(Nx)J'_l(x)}{J'_l(Nx)H_l^{(1)}(x) - NJ_l(Nx)H_l^{(1)'}(x)}, \quad (\text{A.55})$$

$$c_l = \frac{1}{J_l(Nx)} \left[J_l(x) - a_l H_l^{(1)}(x) \right], \quad (\text{A.56})$$

donde $x = k_0 a$ es el parámetro de tamaño y la prima indica derivada con respecto al argumento.

Para polarización TE , el campo eléctrico tiene componentes r y θ , por lo que los campos incidente, interno y externo quedan [Barber 90]:

$$\mathbf{E}^{(inc)}(k_0 \mathbf{r}) = -E_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} i^l e^{il\theta} \left[\frac{1}{k_0 r} l J_l(k_0 r) \mathbf{u}_r + i J'_l(k_0 r) \mathbf{u}_\theta \right], \quad (\text{A.57})$$

$$\mathbf{E}^{(int)}(Nk_0 \mathbf{r}) = -\frac{E_0}{N} \sum_{l=-\infty}^{\infty} i^l e^{il\theta} \left[\frac{1}{Nk_0 r} c_l l J_l(Nk_0 r) \mathbf{u}_r + i c_l J'_l(Nk_0 r) \mathbf{u}_\theta \right], \quad (\text{A.58})$$

$$\mathbf{E}^{(sca)}(k_0 \mathbf{r}) = E_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} i^l e^{il\theta} \left[\frac{1}{k_0 r} a_l l H_l^{(1)}(k_0 r) \mathbf{u}_r + i a_l H_l^{(1)'}(k_0 r) \mathbf{u}_\theta \right]. \quad (\text{A.59})$$

La convergencia numérica de todas las cantidades en las que estos coeficientes van a aparecer se alcanza al sumar sobre los infinitos términos. Sin embargo, según vimos para esferas, el análisis de estos coeficientes ha revelado [Wiscombe 80] que el número de coeficientes necesarios para alcanzar la convergencia suele ajustarse a la regla dada anteriormente (Ec. (A.23)), y en el caso de las resonancias morfológicas más estrechas debe ser incrementado hasta $|Nx|$ como punto de inicio [Barber 82].

A.2.2 Intensidad de scattering y secciones eficaces

La intensidad dispersada (en el límite $k_0 r \rightarrow \infty$), viene dada por [van de Hulst 81]:

$$I(\theta, x, N) = \frac{2}{\pi k_0 r} |T(\theta)|^2 = \frac{2}{\pi k_0 r} \left| b_0 + 2 \sum_{l=1}^{\infty} b_l \cos l\theta \right|^2 I_0, \quad (\text{A.60})$$

donde I_0 es la intensidad incidente. Las eficiencias de extinción y scattering vienen dadas por:

$$Q_{ext} = \frac{2}{x} \Re \left\{ b_0 + 2 \sum_{l=1}^{\infty} b_l \right\}, \quad (\text{A.61})$$

$$Q_{sca} = \frac{2}{x} \left[|b_0|^2 + 2 \sum_{l=1}^{\infty} |b_l|^2 \right]. \quad (\text{A.62})$$

La eficiencia de absorción viene dada por $Q_{abs} = Q_{ext} - Q_{sca}$, y la eficiencia de presión de radiación por $Q_{pr} = Q_{ext} - \cos \theta \cdot Q_{sca}$, donde

$$\overline{\cos \theta \cdot Q_{sca}} = \frac{1}{\pi x} \int_0^{2\pi} d\theta |T(\theta)|^2 \cos \theta = \frac{4}{x} \sum_{l=0}^{\infty} \Re\{b_l^* b_{l+1}\} . \quad (\text{A.63})$$

Nótese, esta vez, que la suma va entre 0 e ∞ . Las cantidades dadas en las Ecs. (A.61), (A.62) y (A.63) son para polarización TM . Las correspondientes a la polarización TE se obtienen reemplazando el coeficiente b_l por el a_l . Las sumas desde $-\infty$ a $+\infty$ han sido sustituidas por sumas desde 0 a $+\infty$ usando la propiedad $b_{-l} = b_l$.

Las eficiencias son magnitudes adimensionales directamente relacionadas con las secciones eficaces. Para un cilindro, esta relación es $Q = C/(2a\ell)$, siendo ℓ la longitud axial de cilindro. Se suelen definir también las secciones eficaces por unidad de longitud (c_{ext} , c_{sca} y c_{abs}) a partir de $Q = c/(2a)$.

A.2.3 Aproximación de partícula pequeña

Hay dos formas de llegar a obtener resultados para cilindros con $k_0 a \ll 1$. La primera, la aproximación de Rayleigh, supone que el cilindro está incrustado en un campo electrostático. Esto proporciona las expresiones del campo eléctrico interno y externo y posibilita el cálculo de cualquier otra magnitud que dependa directamente de dicho campo. La segunda es la aproximación de partículas pequeñas, en la cual se usan sólo los coeficientes de órdenes más bajos en la expansión de las series de Mie.

En la aproximación de Rayleigh, los campos eléctricos incidente, dispersado e interno [Haus 89], para polarización TM son:

$$\mathbf{E}^{(inc)} = E_0 \mathbf{u}_z , \quad (\text{A.64})$$

$$\mathbf{E}^{(sca)} = 0 , \quad (\text{A.65})$$

$$\mathbf{E}^{(int)} = E_0 \mathbf{u}_z , \quad (\text{A.66})$$

y para polarización TE son:

$$\mathbf{E}^{(inc)} = E_0 \mathbf{u}_y = E_0 (\sin \theta \mathbf{u}_r + \cos \theta \mathbf{u}_\theta) , \quad (\text{A.67})$$

$$\mathbf{E}^{(sca)} = E_0 \frac{N^2 - 1}{N^2 + 1} \left(\frac{a}{r}\right)^2 (\sin \theta \mathbf{u}_r - \cos \theta \mathbf{u}_\theta) , \quad (\text{A.68})$$

$$\mathbf{E}^{(int)} = E_0 \frac{2}{N^2 + 1} \mathbf{u}_y = E_0 \frac{2}{N^2 + 1} (\sin \theta \mathbf{u}_r + \cos \theta \mathbf{u}_\theta) . \quad (\text{A.69})$$

Como se puede apreciar en las Ecs. (A.66) y (A.69), los campos en el interior son paralelos al incidente y constantes. En el modo TM además, el campo dispersado es cero.

Dos expresiones interesantes son las del promedio angular de la intensidad. Para un cilindro, estas cantidades son independientes de la polarización y quedan para el interior y exterior:

$$I^{(int)} = \left| \frac{2E_0}{N^2 + 1} \right|^2, \quad (\text{A.70})$$

$$I^{(ext)} = \frac{1}{2}|E_0|^2 \left[\left| \frac{N^2 - 1}{N^2 + 1} \left(\frac{a}{r} \right)^2 + 1 \right|^2 + \left| \frac{N^2 - 1}{N^2 + 1} \left(\frac{a}{r} \right)^2 - 1 \right|^2 \right]. \quad (\text{A.71})$$

Las eficiencias de extinción y scattering para el modo TM y $|E_0| = 1$ son:

$$Q_{ext} = \frac{\pi x}{2} \Im m\{N^2 - 1\}, \quad (\text{A.72})$$

$$Q_{sca} = \frac{\pi^2}{8} x^3 |N^2 - 1|^2. \quad (\text{A.73})$$

Las expresiones para polarización TE y $|E_0| = 1$ son:

$$Q_{ext} = \pi x \Im m \left\{ \frac{N^2 - 1}{N^2 + 1} \right\}, \quad (\text{A.74})$$

$$Q_{sca} = \frac{\pi^2}{4} x^3 \left| \frac{N^2 - 1}{N^2 + 1} \right|^2. \quad (\text{A.75})$$

Apéndice B

ECUACIONES INTEGRALES PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE SCATTERING

La resolución de problemas de scattering en los que hay implicados varios objetos (algunos de los cuales pueden ser superficies separatrices de dos medios y, por tanto, con contornos no finitos), representa un problema difícil cuando es necesario tener en cuenta el scattering múltiple entre ellos. El problema es, además de analíticamente arduo, computacionalmente largo.

Existen algunas aproximaciones que sirven en determinados problemas (p. ej., una esfera dieléctrica delante de un plano conductor perfecto, que puede ser resuelto con el conocido método de las imágenes [Johnson 94]). Pero los problemas más generales necesitan ser atacados desde un punto de vista numérico. Existe una gran variedad de estos métodos: matriz de transición, diferencias finitas en dominio temporal, procedimientos integrales, método de los múltiples multipolos (MMP: multiple multipole method), etc. En este apéndice explicaremos dos de ellos: el método de los dipolos acoplados (CDM: Coupled dipole method), también conocido como aproximación de dipolos discretos (DDA: Discrete dipole approximation), y el método derivado de las ecuaciones integrales que se obtienen de las ecuaciones de Maxwell, tras usar los teoremas integrales de Green. Este último conoce el nombre de Teorema de Extinción (ET: Extinction theorem), aunque no debe ser confundido con la *fórmula de extinción*, que determina la sección eficaz de extinción de un objeto conocida la distribución angular de intensidad dispersada en la dirección hacia adelante [van de Hulst 81]. Ambos métodos gozan de un rango de aplicaciones muy parecido. Los problemas en los que presentan especial potencia son aquellos en los que los volúmenes difusores son homogéneos. La dependencia temporal para los campos se supone harmónica.

Antes de estudiarlos, vamos a presentar las ecuaciones de scattering que emergen de las de Maxwell, e introducir los conceptos de onda evanescente y propagante —que son la base de la óptica de campo cercano—, y el límite de resolución que nos separa ésta de la óptica clásica de campo lejano.

Las ecuaciones que satisfacen los campos eléctrico y magnético ($e^{-i\omega t}$ omitido) en un medio no magnético son:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - k^2 \mathbf{E} = 4\pi k^2 \mathbf{P}, \quad (\text{B.1})$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} - k^2 \mathbf{H} = -i4\pi k \nabla \times \mathbf{P}, \quad (\text{B.2})$$

donde \mathbf{P} es el vector polarización.

La solución a las Ecs. (B.1) y (B.2) se puede escribir en forma integral como sigue:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = k^2 \int d^3 r' \mathbf{P}(\mathbf{r}') \cdot \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (\text{B.3})$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = -ik \int d^3 r' \nabla \times \mathbf{P}(\mathbf{r}') \cdot \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (\text{B.4})$$

En las Ecs. (B.3) y (B.4) $\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ es el tensor diádico de Green o campo creado en \mathbf{r} por un dipolo puntual en \mathbf{r}' . Ha de cumplir la ecuación:

$$\nabla \times \nabla \times \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - k^2 \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{I}}. \quad (\text{B.5})$$

Introduzcamos el vector desplazamiento eléctrico $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$. Entonces,

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla \times \nabla \times \mathbf{D} - 4\pi\nabla \times \nabla \times \mathbf{P}. \quad (\text{B.6})$$

Usando la identidad vectorial $\nabla \times \nabla \times \mathbf{D} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{D}) - \nabla^2 \mathbf{D}$, y el hecho de que en ausencia de cargas libres, $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$, es fácil obtener

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{D} - 4\pi[\nabla(\nabla \cdot \mathbf{P}) - \nabla^2 \mathbf{P}] \quad (\text{B.7})$$

$$= -\nabla^2 \mathbf{E} - 4\pi\nabla(\nabla \cdot \mathbf{P}), \quad (\text{B.8})$$

que transforma la Ec. (B.1) en:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = -4\pi[k^2 \mathbf{P} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{P})], \quad (\text{B.9})$$

cuya solución integral es:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = k^2 \int d^3 r' [\mathbf{P} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{P})](\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (\text{B.10})$$

En un espacio homogéneo e infinito, la función G de la Ec. (B.10) es:

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (\text{B.11})$$

es decir, una onda esférica, o también la función escalar de Green correspondiente a la radiación desde una fuente puntual en \mathbf{r}' .

Para determinar $\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}$, considérese el caso en que la radiación proviene de un dipolo de momento \mathbf{p} , situado en \mathbf{r}_0 . El vector polarización se expresa:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}) = \mathbf{p}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0). \quad (\text{B.12})$$

Introduciendo la Ec. (B.12) en la Ec. (B.10) se obtiene la conocida expresión del campo eléctrico radiado por un dipolo:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = k^2 \mathbf{p} \nabla (\mathbf{p} \cdot \nabla) \frac{\exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (\text{B.13})$$

Por otro lado, si se introduce la Ec. (B.12) en la Ec. (B.3) se obtiene:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = k^2 \mathbf{p} \cdot \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \quad (\text{B.14})$$

Comparando las Ecs. (B.13) y (B.14), ya que ambas dan el mismo valor para \mathbf{E} , se obtiene:

$$k^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}') \cdot \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = [k^2 \mathbf{p} \nabla (\mathbf{p} \cdot \nabla)] G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \quad (\text{B.15})$$

Por lo que el tensor de Green, en un espacio homogéneo e infinito es:

$$\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left(\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{I}} + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \right) G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \quad (\text{B.16})$$

Se ha de resaltar aquí que al aplicar la Ec. (B.16) en los cálculos se debe tener en cuenta la singularidad en $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$, la cual está incluida al escribir $\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}_0$ como en [Yaghjian 80]:

$$\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \mathcal{P} \left[\left(\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{I}} + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \right) G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right] - \frac{1}{k^2} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{L}}_v. \quad (\text{B.17})$$

En la Ec. (B.17), \mathcal{P} representa el valor principal y $\overset{\leftrightarrow}{\mathbf{L}}_v$ es un tensor diádico que describe la singularidad y corresponde a un volumen de exclusión alrededor de $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$, contorno del cual depende.

B.1 Límite de resolución: ondas propagantes y evanescentes

El campo electromagnético propagándose en vacío acepta una expansión en ondas planas conocida como *espectro angular* [Nieto-Vesperinas 91, Mandel 95]. Sea $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ un campo monocromático de frecuencia ω , que se propaga en el espacio definido por $z > 0$, y que está creado por fuentes que se asumen localizadas en el espacio definido por $z < 0$. Para $z > 0$, \mathbf{E} satisface la ecuación de Hemholtz para cada componente (véase §1.2.2, Ec. 1.15):

$$(\nabla^2 + k_0^2) \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0, \quad (\text{B.18})$$

donde $k_0 = \omega/c$. El campo ha de tener energía finita para todo $z \geq 0$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^2 R |\mathbf{E}(\mathbf{R}, z)|^2 < \infty \quad (\text{B.19})$$

donde $\mathbf{R} = (x, y)$. Además, \mathbf{E} debe satisfacer la condición de radiación de Sommerfeld en su forma vectorial, en el espacio $z \geq 0$ [Tai 94]:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \left(\nabla \times \mathbf{E} - ik_0 \frac{\mathbf{r}}{r} \times \mathbf{E} \right) = 0, \quad (\text{B.20})$$

con $r = |\mathbf{r}|$. Con estas dos condiciones, asumimos que el campo $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ tiene una transformada de Fourier en dos dimensiones en cualquier plano $z = \text{const}$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} d^2 K \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{K}, z) \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}), \quad (\text{B.21})$$

donde $\mathbf{K} = (k_x, k_y)$. Para una discusión más precisa de la validez de la Ec. (B.21), véase, por ejemplo, la Ref. [Nieto-Vesperinas 91].

Introduciendo la Ec. (B.21) en (B.18), se obtiene:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{K}, z) + \gamma^2 \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{K}, z) = 0, \quad (\text{B.22})$$

con $\gamma^2 = k_0^2 - K^2$ (es decir, lo que constituye la tercera componente del vector de onda, k_z , en una onda armónica plana).

La solución de la Ec. (B.22), que es compatible con la condición de radiación (B.20), es [Nieto-Vesperinas 91]:

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{K}, z) = \mathbf{e}(\mathbf{K}) \exp(i\gamma z) \quad (\text{B.23})$$

con $\gamma = \sqrt{k_0^2 - K^2}$, y la determinación $\Re\{\gamma\} > 0$ e $\Im\{\gamma\} > 0$.

Introduciendo la Ec. (B.23) en (B.21), obtenemos el campo en función del espectro angular, $\mathbf{e}(\mathbf{K})$, (o expansión en ondas planas), válido para $z \geq 0$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} d^2 K \mathbf{e}(\mathbf{K}) \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R} + i\gamma z). \quad (\text{B.24})$$

En la ecuación (B.24), el campo está representado por una superposición de ondas planas, cada una con una amplitud $\mathbf{e}(\mathbf{K})$ y un vector de onda $\mathbf{k} = (\mathbf{K}, \gamma)$. En términos de análisis de Fourier, $\mathbf{e}(\mathbf{K}) \exp(i\gamma z_0)$ es la transformada de Fourier del campo en el plano $z = z_0$.

El mensaje principal que arroja la Ec. (B.24) es que, como demostraron Wolf y Nieto-Vesperinas [Wolf 85], el espectro angular, $\mathbf{e}(\mathbf{K})$, del campo dispersado por cualquier objeto de tamaño finito, contiene tanto componentes propagantes ($K \leq k_0$) como componentes evanescentes ($K \geq k_0$), según analizamos a continuación:

- Para frecuencias espaciales bajas $K \leq k_0$ (lo que corresponde a variaciones laterales suaves del campo en el plano $z = z_0$), γ es real y la exponencial $\exp(i\gamma z)$ es sólo un factor de fase. Las ondas planas correspondientes son *propagantes* (homogéneas), y se propagan alejándose de la superficie, en la dirección definida por el vector de onda \mathbf{k} .
- Para frecuencias espaciales altas $K \geq k_0$ (lo que corresponde a variaciones espaciales laterales menores que la longitud de onda en el plano $z = z_0$), γ es un número imaginario puro y la exponencial se transforma ahora en el factor de atenuación $\exp[-\Im\{\gamma\}z_0]$. Las ondas planas correspondientes son *evanescentes* (inhomogéneas): se propagan a lo largo del plano OXY , y, al mismo tiempo, se atenúan exponencialmente en la dirección OZ .

Las ondas evanescentes desaparecen a largas distancias, y no pueden ser detectadas por el objetivo de un microscopio clásico. Para frecuencias espaciales mucho mayores que k_0 , $\Im\{\gamma\} \sim K$ y el factor de atenuación es $\exp(-Kz_0)$. Así, $1/z_0$ constituye una *frecuencia de corte*. Similarmente, para una frecuencia espacial K , $1/K$ proporciona la longitud de decaimiento (profundidad de penetración) de la onda evanescente asociada. Por ejemplo, si tratamos de observar el campo cercano producido por una red de difracción superficial de perfil sinusoidal de periodo $\lambda/10$, la longitud de decaimiento es aproximadamente $\lambda/20\pi$. Esto significa que si, por ejemplo, usamos un láser de Helio-Neón ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$, típicamente) como fuente de iluminación de la red de difracción, la longitud de decaimiento es de 10 nm para la amplitud del campo. Como regla de tanteo en *Óptica de campo cercano*, se puede decir que para detectar un objeto con resolución d , la distancia punta-superficie debe ser menor que $d/2\pi$ [Greffet 97].

Función respuesta de impulso

Supongamos que conocemos la distribución de campo complejo $\mathbf{E}(\mathbf{R}, z)$ sobre el plano $z = z_0$, entonces su espectro angular, $\mathbf{e}(\mathbf{K})$, puede expresarse como:

$$\mathbf{e}(\mathbf{K}) = \int_{-\infty}^{\infty} d^2 R' \mathbf{E}(\mathbf{R}', z_0) \exp(-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}' - i\gamma z_0). \quad (\text{B.25})$$

Introduciendo la ecuación (B.25) en (B.24), encontramos,

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} d^2 R' h(\mathbf{R} - \mathbf{R}' | z - z_0) \mathbf{E}(\mathbf{R}', z_0), \quad (\text{B.26})$$

donde

$$h(\mathbf{R} - \mathbf{R}' | z - z_0) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 K \exp[i\mathbf{K} \cdot (\mathbf{R} - \mathbf{R}') + i\gamma(z - z_0)], \quad (\text{B.27})$$

que se denomina *función respuesta de impulso* (*point spread function*), o simplemente, *función propagador* [Madrado 97a]. La Ec. (B.26) muestra que la propagación libre del campo dispersado del plano $z = z_0$ al plano $z > z_0$ se puede interpretar como un proceso de formación de imágenes, en el cual, la función de respuesta de impulso viene dada por la expresión (B.27).

El factor exponencial $\exp[i\gamma(z-z_0)]$, de la Ec. (B.27), es un filtro de paso bajo de frecuencia de corte k_0 para componentes espectrales evanescentes, en el proceso de propagación libre de la función de onda $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, del plano z_0 al z . Tomando transformadas de Fourier respecto a la variable \mathbf{R} en ambos miembros de las Ecs. (B.26) y (B.27), se obtiene la relación:

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{K}, z) = \exp[i\gamma(z-z_0)]\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{K}, z_0), \quad (\text{B.28})$$

que determina la imposibilidad de obtener superresolución (es decir, precisión espacial por debajo de la longitud de onda) en campo lejano, puesto que a distancias $z \gg z_0$:

$$\lim_{\frac{z-z_0}{\lambda} \rightarrow \infty} |\exp[i\gamma(z-z_0)]| = \begin{cases} 1, & \text{si } K \leq k_0 \\ 0, & \text{si } K \geq k_0 \end{cases} \quad (\text{B.29})$$

La anchura del filtro es λ , lo cual impone el límite de resolución de cualquier técnica de microscopía óptica de campo lejano. Este límite establece lo mismo que el *límite de difracción* de Rayleigh [Born 99d]. *Campo cercano*, en el contexto de superresolución, es el campo para el cual las ondas evanescentes contribuyen significativamente. El análisis aquí realizado, presupone un sistema ideal libre de aberraciones y de apertura numérica $N = 1$.

Una manera alternativa de obtener (o interpretar) el límite de resolución de la óptica de campo lejano, es a través de un principio de incertidumbre tipo Heisenberg [Madrazo 97a, Greffet 97], en el cual, para mejorar la resolución lateral, se ha de aumentar la incertidumbre en la dirección de propagación de la luz que se colecta, lo que implica el aumento de la apertura del objetivo.

B.2 El método de los dipolos acoplados

Explicaremos a continuación el *método de los dipolos acoplados* (Purcell y Pennypacker [Purcell 73]). Este procedimiento es especialmente adecuado para scattering múltiple entre una esfera y una superficie plana.

Consideremos de nuevo el problema de determinar la interacción de una onda incidente con un sustrato y una esfera. Considérese la geometría mostrada en §5.4, Fig. 5.3. El campo electromagnético dispersado se obtiene de la contribución de todos los elementos polarizables del sistema bajo la acción de la onda iluminante. El vector eléctrico sobre la interfaz está dado por la suma del campo incidente $\mathbf{E}^{(inc)}$ y el expresado por la Ec. (B.3) con la función diádica de Green $\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}$ que viene dada por:

$$\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (\text{B.30})$$

En la Ec. (B.30) $\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}_0$ está dado por la Ec. (B.16) y como tal, corresponde al campo creado por un dipolo en un espacio infinito y homogéneo. Por otro lado, $\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}_s$ representa el campo emitido por el dipolo después de reflejarse en la interfaz.

El vector polarización \mathbf{P} está representado por una colección de N momentos dipolares \mathbf{p}_i correspondientes a los N elementos polarizables de todos los materiales incluidos en el sistema iluminado, es decir:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}) = \sum_i^N \mathbf{p}_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i). \quad (\text{B.31})$$

La relación entre el momento dipolar k -ésimo \mathbf{p}_k y el campo eléctrico excitador está dado, como antes, por $\mathbf{p}_k = \alpha_k \mathbf{E}(\mathbf{r}_k)$. Con α_k expresado por la Ec. (5.6). Entonces, las Ecs. (B.10), (B.30) y (B.31) nos llevan a:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_j) = \mathbf{E}^{(inc)}(\mathbf{r}_j) + k^2 \sum_k^N \alpha_k [\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}_0(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k) + \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}_s(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k)] \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_k), \quad (\text{B.32})$$

donde $\mathbf{E}^{(inc)}$ es el campo incidente. La determinación de $\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}_s$ por encima y debajo de la superficie plana se discutirá a continuación (se pueden encontrar más detalles en la Ref. [Agarwal 75a]). Vamos a resumir la derivación de su expresión por encima de la superficie. El campo \mathbf{E} en el espacio correspondiente a la mitad con $z > 0$, desde un dipolo situado en esta región, es la suma del emitido por este dipolo en el espacio libre más el campo \mathbf{E}_r producido por la reflexión en la interfaz. Teniendo en cuenta la Ec. (B.14), nos queda:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = k^2 \mathbf{p} \cdot \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \mathbf{E}_r(\mathbf{r}), z > 0. \quad (\text{B.33})$$

La onda esférica G_0 y \mathbf{E}_r se pueden expandir en ondas planas. G_0 queda, de acuerdo con la representación de Weyl, [Baños 66a, Nieto-Vesperinas 91]:

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 K}{\gamma(\mathbf{K})} \exp[i\mathbf{K} \cdot (\mathbf{R} - \mathbf{R}') + i\gamma|z - z'|]. \quad (\text{B.34})$$

Por otro lado, \mathbf{E}_r se puede expandir como un espectro angular de ondas planas, como hemos visto en la sección anterior:

$$\mathbf{E}_r(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} d^2 K \mathbf{A}_r(\mathbf{K}) \exp[i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R} + i\gamma z]. \quad (\text{B.35})$$

Introduciendo la Ec. (B.34) en (B.30) se obtiene un desarrollo en ondas planas para $\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}_0$. Esto nos da las componentes $\mathbf{A}_h(\mathbf{K})$ de la expansión del primer término de la Ec. (B.33). Con esto, las componentes $\mathbf{A}_r(\mathbf{K})$ del segundo término de la Ec. (B.33) vendrán dadas por:

$$\mathbf{A}_r(\mathbf{K}) = r(\mathbf{K}) \mathbf{A}_h(\mathbf{K}), \quad (\text{B.36})$$

En la Ec. (B.36), $r(\mathbf{K})$ es el coeficiente de reflexión correspondiente a la polarización de \mathbf{A}_h . El resultado al que se llega para $\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}$, Ec. (B.30), es:

$$\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 K \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{S}}^{-1}(\mathbf{K}) \cdot \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{g}}(\mathbf{K}, z, z') \cdot \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{S}}(\mathbf{K}) \exp[i\mathbf{K} \cdot (\mathbf{R} - \mathbf{R}')], \quad (\text{B.37})$$

donde [Agarwal 75a, Agarwal 75b, Keller 93]:

$$\overset{\leftrightarrow}{\mathbf{S}}(\mathbf{K}) = \frac{1}{K} \begin{pmatrix} k_x & k_y & 0 \\ -k_y & k_x & 0 \\ 0 & 0 & K \end{pmatrix}. \quad (\text{B.38})$$

Y el tensor diádico $\overset{\leftrightarrow}{\mathbf{g}}$ tiene los elementos [Greffet 97]:

$$g_{11} = \frac{-i\gamma_0}{2\epsilon_0 k_0^2} \left[\frac{\epsilon_0\gamma_1 - \epsilon_1\gamma_0}{\epsilon_0\gamma_1 + \epsilon_1\gamma_0} \exp[i\gamma_0(z+z')] + \exp(i\gamma_0|z-z'|) \right], \quad (\text{B.39})$$

$$g_{22} = \frac{-i}{2\gamma_0} \left[\frac{\gamma_0 - \gamma_1}{\gamma_0 + \gamma_1} \exp[i\gamma_0(z+z')] + \exp(i\gamma_0|z-z'|) \right], \quad (\text{B.40})$$

$$g_{33} = \frac{iK^2}{2\epsilon_0\gamma_0 k_0^2} \left[\frac{\epsilon_0\gamma_1 - \epsilon_1\gamma_0}{\epsilon_0\gamma_1 + \epsilon_1\gamma_0} \exp[i\gamma_0(z+z')] - \exp(i\gamma_0|z-z'|) \right] + \frac{1}{\epsilon_0 k_0^2} \delta(z-z'), \quad (\text{B.41})$$

$$g_{12} = 0, \quad (\text{B.42})$$

$$g_{13} = \frac{-iK}{2\epsilon_0 k_0^2} \left[\frac{\epsilon_0\gamma_1 - \epsilon_1\gamma_0}{\epsilon_0\gamma_1 + \epsilon_1\gamma_0} \exp[i\gamma_0(z+z')] - \exp(i\gamma_0|z-z'|) \right], \quad (\text{B.43})$$

$$g_{31} = \frac{iK}{2\epsilon_0 k_0^2} \left[\frac{\epsilon_0\gamma_1 - \epsilon_1\gamma_0}{\epsilon_0\gamma_1 + \epsilon_1\gamma_0} \exp[i\gamma_0(z+z')] + \exp(i\gamma_0|z-z'|) \right], \quad (\text{B.44})$$

donde se ha escrito $\gamma_j(K) = (\epsilon_j k_0^2 - K^2)^{1/2}$, $j = 0, 1$, $k_0 = \omega/c$.

B.3 Ecuaciones integrales para scattering de luz por cuerpos arbitrarios

Cuando la superficie que hay frente a la esfera tiene rugosidad, hallar las componentes de la función de Green no es una tarea tan clara como en la sección anterior. En esta sección introduciremos un método integral para este problema.

Sea un campo electromagnético, con vectores eléctrico y magnético $\mathbf{E}^{(inc)}(\mathbf{r})$ y $\mathbf{H}^{(inc)}(\mathbf{r})$, respectivamente, incidente en un medio de permitividad ϵ que ocupa un volumen V , constituido por dos volúmenes de scattering V_1 y V_2 , cada uno limitado por una superficie S_1 y S_2 , respectivamente. Sea $\mathbf{r}^<$ el vector de posición de un punto genérico en el interior del volumen V_i , y $\mathbf{r}^>$ el de un punto genérico en el volumen \hat{V} , el cual está fuera de todos los volúmenes V_i . Los vectores eléctrico y magnético de un campo monocromático satisfacen, respectivamente, la ecuación de ondas (B.1) y (B.2).

La forma vectorial del teorema de Green para dos vectores \mathbf{P} y \mathbf{Q} con buen comportamiento en un volumen V rodeado por una superficie S cumple [Morse 53]:

$$\int_V d^3r (\mathbf{Q} \cdot \nabla \times \nabla \times \mathbf{P} - \mathbf{P} \cdot \nabla \times \nabla \times \mathbf{Q}) = \int_S d^2r (\mathbf{P} \times \nabla \times \mathbf{Q} - \mathbf{Q} \times \nabla \times \mathbf{P}) \cdot \mathbf{n}, \quad (\text{B.45})$$

\mathbf{n} es la normal unitaria hacia afuera.

Aplicamos ahora la Ec. (B.45) a los vectores: $\mathbf{P} = \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{C}$, (siendo \mathbf{C} constante), y $\mathbf{Q} = \mathbf{E}(\mathbf{r})$. Tomando las Ecs. (B.1) y (B.5), se obtiene:

$$\int_V d^3r' \mathbf{E}(\mathbf{r}') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = k^2 \int_V d^3r' \mathbf{P}(\mathbf{r}') \cdot \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \frac{1}{4\pi} \mathbf{S}_e(\mathbf{r}). \quad (\text{B.46})$$

Donde \mathbf{S}_e es:

$$\mathbf{S}_e(\mathbf{r}) = \nabla \times \nabla \times \int_S d^2r' \left(\mathbf{E}(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}} - G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}} \right). \quad (\text{B.47})$$

La Ec. (B.47) adopta formas diferentes dependiendo de si los puntos \mathbf{r} y \mathbf{r}' se consideran en V o en \hat{V} . Tras calcular los diferentes casos se obtiene:

- Si \mathbf{r} y \mathbf{r}' pertenecen a cualquiera de los volúmenes V_i , ($i = 1, 2$), es decir, si V es cualquiera de los volúmenes V_i :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}^<) = k^2 \int_{V_i} d^3r' \mathbf{P}(\mathbf{r}') \cdot \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}(\mathbf{r}^<, \mathbf{r}') - \frac{1}{4\pi} \mathbf{S}_i^{(in)}(\mathbf{r}^<), \quad (\text{B.48})$$

donde:

$$\mathbf{S}_i^{(in)}(\mathbf{r}^<) = \nabla \times \nabla \times \int_{S_i} d^2r' \left(\mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}^<, \mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}} - G(\mathbf{r}^<, \mathbf{r}') \frac{\partial \mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}} \right). \quad (\text{B.49})$$

En la Ec. (B.49), \mathbf{E}_{in} representa el valor límite del vector eléctrico en la superficie S_i tomado desde dentro del volumen V_i . La Ec. (B.48) muestra que el campo en el interior de cada volumen de scattering V_i no depende de las fuentes generadas en los otros volúmenes.

- Si \mathbf{r} pertenece a uno de los volúmenes V_i , es decir V es V_i , y \mathbf{r}' pertenece a \hat{V} :

$$0 = \mathbf{S}_{ext}(\mathbf{r}^<). \quad (\text{B.50})$$

En la Ec. (B.50), \mathbf{S}_{ext} es:

$$\mathbf{S}_{ext}(\mathbf{r}^<) = \sum_i \mathbf{S}_i^{(out)}(\mathbf{r}^<) - \mathbf{S}_\infty(\mathbf{r}^<), \quad (\text{B.51})$$

donde:

$$\mathbf{S}_i^{(out)}(\mathbf{r}^<) = \nabla \times \nabla \times \int_{S_i} d^2 r' \left(\mathbf{E}(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}^<, \mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}} - G(\mathbf{r}^<, \mathbf{r}') \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}} \right). \quad (\text{B.52})$$

En la Ec. (B.52), los valores en la superficie del campo eléctrico son tomados desde el volumen \hat{V} . La normal \mathbf{n} apunta ahora hacia el interior de cada uno de los volúmenes V_i .

También, \mathbf{S}_∞ tiene el mismo significado que la Ec. (B.52), aunque la superficie de integración es ahora una esfera cuyo radio tiende a infinito. No es difícil ver que $-\mathbf{S}_\infty$, en la Ec. (B.51), es 4π veces el campo incidente $\mathbf{E}^{(inc)}(\mathbf{r}^<)$ (véanse Refs. [Nieto-Vesperinas 91] y [Pattanayak 76b, Pattanayak 76a]). Por lo tanto la Ec. (B.50) queda finalmente:

$$0 = \mathbf{E}^{(inc)}(\mathbf{r}^<) + \frac{1}{4\pi} \sum_i \mathbf{S}_i^{(out)}(\mathbf{r}^<). \quad (\text{B.53})$$

Nótese que cuando la Ec. (B.53) se usa como una condición de contorno no local, las *fuentes* desconocidas a determinar, dadas por los valores límite de $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ y $\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}')/\partial \mathbf{n}$ en cada una de las superficies S_i (véase la Ec. (B.52)), aparecen acopladas a las correspondientes fuentes en la otra superficie S_j , $j \neq i$.

Siguiendo argumentos similares, se obtiene:

- Para \mathbf{r} perteneciente a \hat{V} y \mathbf{r}' perteneciente a cualquiera de los volúmenes V_i , ($i = 1, 2$), es decir, para V igual a V_i :

$$0 = k^2 \int_{V_i} d^3 r' \mathbf{P}(\mathbf{r}') \cdot \overset{\leftrightarrow}{\mathcal{G}}(\mathbf{r}^>, \mathbf{r}') - \frac{1}{4\pi} \mathbf{S}_i^{(in)}(\mathbf{r}^>), \quad (\text{B.54})$$

con $\mathbf{S}_i^{(in)}$ dado por la Ec. (B.49), esta vez evaluada en $\mathbf{r}^>$.

- Para \mathbf{r} y \mathbf{r}' pertenecientes a \hat{V} :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}^>) = \mathbf{E}^{(inc)}(\mathbf{r}^>) + \frac{1}{4\pi} \sum_i \mathbf{S}_i^{(out)}(\mathbf{r}^>), \quad (\text{B.55})$$

De esta manera, el campo exterior es la suma de los campos emitidos por cada superficie dispersora S_i ($i = 1, 2$), siendo las fuentes las resultantes del acoplamiento que indica la Ec. (B.54).

Un caso importante corresponde al de un medio penetrable, ópticamente homogéneo, isótropo, no magnético y espacialmente no dispersivo (es decir, cualquier metal real o dieléctrico puro). En este caso las Ecs. (B.48) and (B.54) se transforman, respectivamente, en:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}^<) &= -\frac{1}{4\pi k_0^2 \epsilon} \nabla \times \nabla \times \\ &\int_{S_i} d^2 r' \left(\mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}') \frac{\partial G^{(in)}(\mathbf{r}^<, \mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}} - G^{(in)}(\mathbf{r}^<, \mathbf{r}') \frac{\partial \mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.56})$$

$$\begin{aligned} 0 &= \mathbf{E}^{(inc)}(\mathbf{r}^<) + \frac{1}{4\pi k_0^2} \nabla \times \nabla \times \\ &\sum_i \int_{S_i} d^2 r' \left(\mathbf{E}(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}^<, \mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}} - G(\mathbf{r}^<, \mathbf{r}') \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}} \right). \end{aligned} \quad (\text{B.57})$$

Mientras que las Ecs. (B.50) y (B.55) a las que se llega son:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{4\pi k_0^2} \nabla \times \nabla \times \\ &\int_{S_i} d^2 r' \left(\mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}') \frac{\partial G^{(in)}(\mathbf{r}^>, \mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}} - G^{(in)}(\mathbf{r}^>, \mathbf{r}') \frac{\partial \mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.58})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}^>) &= \mathbf{E}^{(inc)}(\mathbf{r}^>) + \frac{1}{4\pi k_0^2 \epsilon} \nabla \times \nabla \times \\ &\sum_i \int_{S_i} d^2 r' \left(\mathbf{E}(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}^>, \mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}} - G(\mathbf{r}^>, \mathbf{r}') \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}} \right). \end{aligned} \quad (\text{B.59})$$

En las Ecs. (B.56) y (B.58) “*in*” significa que los valores en el límite de la superficie han de ser tomados desde el interior del volumen V_i ; notar que esto implica para $G^{(in)}$ y \mathbf{E}_{in} que $k = k_0 \sqrt{\epsilon}$.

Las condiciones de continuidad:

$$\mathbf{n} \times [\mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}^<) - \mathbf{E}(\mathbf{r}^>)] = 0, \quad \mathbf{n} \times [\mathbf{H}_{in}(\mathbf{r}^<) - \mathbf{H}(\mathbf{r}^>)] = 0, \quad (\text{B.60})$$

y el uso de las ecuaciones de Maxwell, conducen a (cf. Ref. [Jackson 75], sección I.5, o Ref. [Born 99d], sección 1.1):

$$E_{in}(\mathbf{r})|_{\mathbf{r} \in S_i^{(-)}} = E(\mathbf{r})|_{\mathbf{r} \in S_i^{(+)}} , \quad (\text{B.61})$$

$$\left. \frac{\partial E_{in}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\mathbf{r} \in S_i^{(-)}} = \left. \frac{\partial E(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\mathbf{r} \in S_i^{(+)}} , \quad (\text{B.62})$$

donde $S_i^{(+)}$ y $S_i^{(-)}$ denotan el perfil de superficie cuando nos aproximamos al mismo desde fuera o dentro del volumen V_i , respectivamente. Las Ecs. (B.61) y (B.62) permiten encontrar \mathbf{E} y $\partial \mathbf{E} / \partial \mathbf{n}$ a partir de cualquiera del par de ecuaciones (B.58) y (B.59), o equivalentemente, del par de Ecs. (B.56) y (B.57), ya que tanto $\mathbf{r}^>$ como $\mathbf{r}^<$ tienden a un punto en S_i . De esta manera, el campo dispersado fuera del medio está dado por el segundo término de la Ec. (B.59).

Apéndice C

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA PARA GEOMETRÍAS $2 - D$

C.1 Cálculo de los campos en iluminación por transmisión

En esta primera parte del apéndice veremos la aplicación de las ecuaciones estudiadas en §B.3 para una configuración en dos dimensiones. En particular, trataremos el caso de iluminación por transmisión de una partícula de simetría cilíndrica, situada sobre una interfaz plana o rugosa.

C.1.1 Ecuaciones de scattering en campo cercano y lejano

Sea una superficie de perfil $z = D(x)$ que separa dos medios de distinta permitividad dieléctrica (ver las figuras superiores de Fig. 7.1, en §7.2). Esta superficie tiene como plano medio, o bien se apoya sobre, el plano OXY . Sobre esta interfaz (para $Z > D(x)$, permitividad dieléctrica ϵ_0), existe un objeto de simetría cilíndrica, sección geométrica $C(x)$ (normalmente circular de radio a), permitividad dieléctrica ϵ_2 y eje a lo largo de OY . El campo incide en el plano OXZ , desde el medio donde no hay objeto ($Z < D(x)$, permitividad dieléctrica ϵ_1). En estas condiciones no hay despolarización en el scattering de ondas S (campo eléctrico a lo largo del eje OY) y P (campo magnético a lo largo del eje OY).

Estas dos polarizaciones forman una base completa del problema en dos dimensiones. Los vectores eléctrico y magnético incidentes, $\mathbf{E}^{(inc)}(\mathbf{r}, t)$ y $\mathbf{H}^{(inc)}(\mathbf{r}, t)$, son, respectivamente:

$$\mathbf{E}^{(inc)}(\mathbf{r}, t) = (0, \Phi_S^{(inc)}(\mathbf{r}), 0) \exp(-i\omega t), \quad (\text{C.1})$$

$$\mathbf{H}^{(inc)}(\mathbf{r}, t) = (0, \Phi_P^{(inc)}(\mathbf{r}), 0) \exp(-i\omega t), \quad (\text{C.2})$$

Las expresiones de los campos dispersados en cada medio se obtienen usando el teorema de extinción para dominios múltiples y conexos [Madrazo 95, Maradudin 90]. El campo electromagnético queda entonces representado en la forma:

$$\begin{aligned}
\Phi_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{r}) &= \frac{i}{4} \int_{D^{(+)}} d^2 r' \left[\frac{\partial H_0^{(1)}(\sqrt{\epsilon_0} k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{\partial n'} \Phi_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{r}') \right. \\
&\quad \left. - H_0^{(1)}(\sqrt{\epsilon_0} k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \frac{\partial \Phi_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right] \\
&\quad + \frac{i}{4} \int_{C^{(+)}} d^2 r' \left[\frac{\partial H_0^{(1)}(\sqrt{\epsilon_0} k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{\partial n'} \Phi_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{r}') \right. \\
&\quad \left. - H_0^{(1)}(\sqrt{\epsilon_0} k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \frac{\partial \Phi_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right], \tag{C.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Phi_{\alpha}^{(1)}(\mathbf{r}) &= \Phi_{\alpha}^{(inc)}(\mathbf{r}) - \frac{i}{4} \int_{D^{(-)}} d^2 r' \left[\frac{\partial H_0^{(1)}(\sqrt{\epsilon_1} k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{\partial n'} \Phi_{\alpha}^{(1)}(\mathbf{r}') \right. \\
&\quad \left. - H_0^{(1)}(\sqrt{\epsilon_1} k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \frac{\partial \Phi_{\alpha}^{(1)}(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right], \tag{C.4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Phi_{\alpha}^{(2)}(\mathbf{r}) &= -\frac{i}{4} \int_{C^{(-)}} d^2 r' \left[\frac{\partial H_0^{(1)}(\sqrt{\epsilon_2} k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{\partial n'} \Phi_{\alpha}^{(2)}(\mathbf{r}') \right. \\
&\quad \left. - H_0^{(1)}(\sqrt{\epsilon_2} k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \frac{\partial \Phi_{\alpha}^{(2)}(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right], \tag{C.5}
\end{aligned}$$

donde $k_0 = \omega/c$ y α representa las polarizaciones S y P .

Nótese que en una configuración 2D las funciones de Green son las siguientes:

$$G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = i\pi H_0^{(1)}(\sqrt{\epsilon_j} k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|), \tag{C.6}$$

$j = 0, 1, 2$ si se considera el medio superior, inferior o el interior de la partícula, respectivamente. $H_0^{(1)}(\dots)$ es la función de Hankel de primera clase y orden cero.

$\Phi_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{r})$, $\Phi_{\alpha}^{(1)}(\mathbf{r})$ y $\Phi_{\alpha}^{(2)}(\mathbf{r})$, con $\alpha = S$ o P , representan amplitudes complejas en el medio superior, en el inferior o en el interior del objeto, respectivamente. $d^2 r'$ es el elemento diferencial de área en las superficies C y D . El símbolo $D^{(+)}$ denota que la integral se realiza sobre el contorno D , haciendo tender \mathbf{r}' a dicha frontera desde el medio 0. La normal, en este caso, ha de apuntar hacia el interior de dicho medio. Para $D^{(-)}$, los puntos \mathbf{r}' tienden a D desde el interior del medio 1 y la normal apunta hacia el interior de este medio. Del mismo modo, $C^{(+)}$ denota que la variable de integración \mathbf{r}' tiende al contorno C desde el interior del medio 0 (la normal apunta hacia el interior de este medio), y $C^{(-)}$ que \mathbf{r}' tiende a C desde el interior del medio 2 (con normal a dicho contorno apuntando hacia el interior de dicho medio).

Una simple lectura de estas ecuaciones nos revela que el conocimiento de los campos y sus derivadas normales sobre las superficies de los dos cuerpos, nos permite calcular los campos en cualquier parte de espacio. Para calcular los campos en las superficies, se ha de hacer tender el valor de las coordenadas \mathbf{r} al límite de cada superficie, obteniendo, a partir del Teorema de Extinción, un par de ecuaciones para cada cuerpo. Tenemos entonces (después de usar las condiciones en la frontera) unas ecuaciones en las que el campo y su derivada normal son incógnitas que se encuentran dentro y fuera de las integrales. Discretizando dichas integrales con un método propicio, obtendremos los valores límite (*fuentes*) que necesitamos. Este procedimiento numérico ha sido ya explicado exhaustivamente [Madrazo 97a, Madrazo 95, Sánchez-Gil 92, Sánchez-Gil 91, Maradudin 90], por lo que se remite al lector interesado a dichas referencias.

Las condiciones frontera (deducidas a partir de las Ecs. (B.60)) son las siguientes:

$$\Phi_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{r})\Big|_{\mathbf{r} \in D^{(+)}} = \Phi_{\alpha}^{(1)}(\mathbf{r})\Big|_{\mathbf{r} \in D^{(-)}}, \quad \frac{\partial \Phi_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{r})}{\partial n'}\Big|_{\mathbf{r} \in D^{(+)}} = \varepsilon_1(\alpha) \frac{\partial \Phi_{\alpha}^{(1)}(\mathbf{r})}{\partial n'}\Big|_{\mathbf{r} \in D^{(-)}} \quad (\text{C.7})$$

$$\Phi_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{r})\Big|_{\mathbf{r} \in C^{(+)}} = \Phi_{\alpha}^{(2)}(\mathbf{r})\Big|_{\mathbf{r} \in C^{(-)}}, \quad \frac{\partial \Phi_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{r})}{\partial n'}\Big|_{\mathbf{r} \in C^{(+)}} = \varepsilon_2(\alpha) \frac{\partial \Phi_{\alpha}^{(2)}(\mathbf{r})}{\partial n'}\Big|_{\mathbf{r} \in C^{(-)}} \quad (\text{C.8})$$

donde $\varepsilon_1(P) = \epsilon_0/\epsilon_1$, $\varepsilon_2(P) = \epsilon_0/\epsilon_2$, y $\varepsilon_1(S) = \varepsilon_2(S) = 1$

A continuación, y como guía a esta tesis, especificaremos las ecuaciones de los campos a distancias mucho mayores que la longitud de onda. Esto es, las ecuaciones en campo lejano, que aparecen de un modo natural, partiendo de las anteriores y haciendo uso de las expresiones asintóticas de las funciones de Hankel, para $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \rightarrow \infty$. Estas son:

$$\begin{aligned} \Phi_{\alpha}^{(r)}(r, \theta_r) &= -\frac{\exp[i(\sqrt{\epsilon_1}k_0r - \pi/4)]}{(8\pi\sqrt{\epsilon_1}k_0r)^{1/2}} \times \\ &\int_{D^{(-)}} d^2r' \left((\mathbf{n}' \cdot \mathbf{k}_r) \Phi_{\alpha}^{(1)}(\mathbf{r}') - i \frac{\partial \Phi_{\alpha}^{(1)}(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right) \exp(-i\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}'), \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\alpha}^{(t)}(r, \theta_t) &= \frac{\exp[i(\sqrt{\epsilon_0}k_0r - \pi/4)]}{(8\pi\sqrt{\epsilon_0}k_0r)^{1/2}} \times \\ &\left[\int_{D^{(+)}} d^2r' \left((\mathbf{n}' \cdot \mathbf{k}_t) \Phi_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{r}') - i \frac{\partial \Phi_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right) \exp(-i\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}') \right. \\ &\left. + \int_{C^{(+)}} d^2r' \left((\mathbf{n}' \cdot \mathbf{k}_t) \Phi_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{r}') - i \frac{\partial \Phi_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right) \exp(-i\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}') \right]. \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

En las Ecs. (C.9) y (C.10), \mathbf{k}_r y \mathbf{k}_t son los vectores de difusión reflejado y transmitido:

$$\mathbf{k}_r = \sqrt{\epsilon_1}k_0(\sin \theta_r, 0, -\cos \theta_r), \quad (\text{C.11})$$

$$\mathbf{k}_t = \sqrt{\epsilon_0}k_0(\sin \theta_t, 0, \cos \theta_t), \quad (\text{C.12})$$

siendo θ_t y θ_r los ángulos de observación por encima y por debajo de la superficie $z = D(x)$, respectivamente. El campo reflejado es el campo total en el medio 1 menos el incidente.

C.1.2 El haz incidente y la conservación de la energía

La elección del haz incidente es independiente del desarrollo de las ecuaciones de scattering que se han mostrado. Cuando se trabaja con las ecuaciones anteriores, conviene incidir con haces gaussianos de semianchura a mitad de altura W . El uso de este tipo de haces para W suficientemente grande, simula perfectamente el comportamiento de una onda plana y, al mismo tiempo, evita la difracción en los bordes de la interfaz (puesto que a la hora de realizar cálculos numéricos, ésta ha de ser aproximada por una superficie finita). También ha sido necesaria la utilización de este tipo de haces para estudiar la dependencia de ciertos fenómenos con la anchura del mismo. Las ecuaciones matemáticas del haz gaussiano son:

$$\begin{aligned} \Phi_{\alpha}^{(inc)}(\mathbf{r}) &= \exp[i\sqrt{\epsilon_1}k_0(x\sin\theta_0 + z\cos\theta_0)g(x,z)] \times \\ &\quad \exp[-(x\cos\theta_0 - z\sin\theta_0)^2/W^2], \end{aligned} \quad (C.13)$$

donde θ_0 es el ángulo de incidencia, y

$$g(x,z) = 1 + \frac{1}{\epsilon_1 k_0^2 W^2} \left[\frac{2}{W^2} (x\cos\theta_0 - z\sin\theta_0)^2 - 1 \right]. \quad (C.14)$$

Los detalles referentes a este tipo de haces pueden encontrarse en [Maradudin 90]. Aquí solamente haremos notar que dicho haz es una aproximación de un tipo más general (solución de la ecuación de Helmholtz en dos dimensiones) y que funciona cuando $\omega W/2c \gg 1$, o lo que es lo mismo, W mayor que la longitud de onda. Nótese que en el caso $W \rightarrow \infty$ se obtiene una onda plana.

Si calculamos la potencia incidente $P^{(inc)}$ sobre una superficie plana:

$$\begin{aligned} P_S^{(inc)} &= \int_D dx \langle \mathbf{S}_S^{(inc)}(x, z=0) \rangle \cdot \mathbf{n} = \\ &= \begin{cases} \frac{cL\cos\theta_0\sqrt{\epsilon_1}}{8\pi}, & \text{onda plana} \\ \frac{\sqrt{\epsilon_1}cW}{8\sqrt{2\pi}} \left[1 - \frac{1}{2k_0^2 W^2} (1 + 2\tan^2\theta_0) \right], & \text{haz gaussiano} \end{cases} \end{aligned} \quad (C.15)$$

en onda S ,

$$\begin{aligned} P_P^{(inc)} &= \int_D dx \langle \mathbf{S}_P^{(inc)}(x, z=0) \rangle \cdot \mathbf{n} = \\ &= \begin{cases} \frac{cL\cos\theta_0}{8\pi\sqrt{\epsilon_1}}, & \text{onda plana} \\ \frac{cW}{8\sqrt{2\pi}\sqrt{\epsilon_1}} \left[1 - \frac{1}{2k_0^2 W^2} (1 + 2\tan^2\theta_0) \right], & \text{haz gaussiano} \end{cases} \end{aligned} \quad (C.16)$$

en onda P . $S_\alpha^{(inc)}$ es el vector de Poynting del campo incidente, y L es la longitud de la superficie. Esta potencia está dada, en realidad, por unidad de longitud, ya que sólo se ha realizado la integral en una dimensión.

Expresando los campos en la zona lejana como una parte radial por una parte angular de la siguiente manera:

$$\Phi_\alpha^{(r)}(r, \theta_r) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi \sqrt{\epsilon_1} k_0 r}} \exp[i(\sqrt{\epsilon_1} k_0 r - \pi/4)] \times A_\alpha^{(r)}(\theta_r), \quad (C.17)$$

$$\Phi_\alpha^{(t)}(r, \theta_t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi \sqrt{\epsilon_0} k_0 r}} \exp[i(\sqrt{\epsilon_0} k_0 r - \pi/4)] \times A_\alpha^{(t)}(\theta_t), \quad (C.18)$$

el módulo del vector de Poynting de los campos reflejado y transmitido queda, para ondas S y P :

$$|S_S^{(r)}(r, \theta_r)| = \frac{c}{16\pi^2 k_0 r} |A_S^{(r)}(\theta_r)|^2, \quad |S_P^{(r)}(r, \theta_r)| = \frac{c}{16\pi^2 \epsilon_1 k_0 r} |A_P^{(r)}(\theta_r)|^2; \quad (C.19)$$

$$|S_S^{(t)}(r, \theta_t)| = \frac{c}{16\pi^2 k_0 r} |A_S^{(t)}(\theta_t)|^2, \quad |S_P^{(t)}(r, \theta_t)| = \frac{c}{16\pi^2 \epsilon_0 k_0 r} |A_P^{(t)}(\theta_t)|^2; \quad (C.20)$$

De esta manera, podemos definir unos coeficientes de reflexión y transmisión diferenciales a través de la interfaz como:

$$r_\alpha(\theta_r) = \frac{|S_\alpha^{(r)}(r, \theta_r)|}{P_\alpha^{(inc)}} r, \quad t_\alpha(\theta_t) = \frac{|S_\alpha^{(t)}(r, \theta_t)|}{P_\alpha^{(inc)}} r \quad (C.21)$$

Usando las Ecs. (C.15) y (C.16), los coeficientes quedan:

$$r_\alpha(\theta_r) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi \sqrt{\epsilon_1} k_0 L \cos \theta_0} |A_\alpha^{(r)}(\theta_r)|^2, & \text{onda plana} \\ \frac{2W \sqrt{\epsilon_1} k_0 / \pi \sqrt{2\pi}}{2(W \sqrt{\epsilon_1} k_0)^2 - (1+2 \tan^2 \theta_0)} |A_\alpha^{(r)}(\theta_r)|^2, & \text{haz gaussiano} \end{cases} \quad (C.22)$$

$$t_\alpha(\theta_t) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi \sqrt{\epsilon_1} k_0 L \cos \theta_0} \frac{1}{\epsilon_1(\alpha)} |A_\alpha^{(t)}(\theta_t)|^2, & \text{onda plana} \\ \frac{2W \sqrt{\epsilon_1} k_0 / \pi \sqrt{2\pi}}{2(W \sqrt{\epsilon_1} k_0)^2 - (1+2 \tan^2 \theta_0)} \frac{1}{\epsilon_1(\alpha)} |A_\alpha^{(t)}(\theta_t)|^2, & \text{haz gaussiano} \end{cases} \quad (C.23)$$

A partir de ellos, se construyen los coeficientes de reflexión y transmisión totales integrando a cada hemisferio:

$$R_\alpha = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} d\theta_r r_\alpha(\theta_r), \quad T_\alpha = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} d\theta_t t_\alpha(\theta_t) \quad (C.24)$$

Cuando todos los medios son dieléctricos transparentes, $\Re\{\epsilon\} > 0$ e $\Im\{\epsilon\} = 0$, se ha de cumplir:

$$R_\alpha + T_\alpha = 1 \quad (\text{C.25})$$

Hay que decir que estos coeficientes (en ausencia de objeto), dan los mismos valores que los conocidos coeficientes de reflexión y transmisión de Fresnel para una superficie plana, pero sólo en el caso de medios dieléctricos transparentes. Si alguno de los medios fuera absorbente, el coeficiente aquí definido sobre ese medio daría cero. Esto es debido a que estos coeficientes han sido definidos en el infinito, mientras que los de Fresnel están definidos como un cociente de amplitudes sobre la interfaz.

En el caso de que la interfaz sea rugosa, la integral realizada para calcular el flujo incidente sería sólo aproximada, pero se comprueba que la Ec. (C.25) se cumple perfectamente cuando los medios son dieléctricos transparentes. Esta condición, también llamada *unitariedad*, es un test muy valioso para comprobar la validez de los cálculos y se ha verificado hasta un 99% de exactitud en los trabajos aquí expuestos.

C.2 Cálculo de las fuerzas en un cilindro circular

En esta segunda parte del apéndice vamos a aplicar la Ec. (5.45) al caso de un cilindro circular de radio a . Elegimos como superficie de integración, para evaluar las fuerzas a partir del tensor de Maxwell, la superficie del cilindro. Esta elección es de importancia práctica: nos permite calcular fuerzas sobre objetos que se encuentren infinitesimalmente cerca de cualquier otra superficie. Para que dicha superficie contenga al objeto, realizamos la integral por la parte externa de dicho contorno. La normal apunta hacia el exterior del cilindro. La ecuación de partida es, pues:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{8\pi} \Re \left\{ \int_{C(+)} d^2r \left[(\epsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{n}) \mathbf{E}^*(\mathbf{r}, \omega) + (\mu \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{n}) \mathbf{H}^*(\mathbf{r}, \omega) - \frac{1}{2} (\epsilon |\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)|^2 + \mu |\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)|^2) \mathbf{n} \right] \right\}, \quad (\text{C.26})$$

Las coordenadas mas adecuadas para evaluar esta integral son las cilíndricas centradas en el eje del cilindro ($x = r \cos \theta$, $y, z = r \sin \theta$). De esta manera, podemos hacer uso de:

$$\mathbf{n} = \mathbf{u}_r \implies \begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{n} = 0, & \text{Polarización } S \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{n} = 0, & \text{Polarización } P \end{cases} \quad (\text{C.27})$$

siendo \mathbf{u}_r el vector unitario radial. Teniendo en cuenta que las derivadas parciales normal y tangencial a la superficie del cilindro pueden expresarse, respectivamente:

$$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial r} \quad \text{y} \quad \frac{\partial}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (\text{C.28})$$

(con $\vec{\tau}$ vector unitario tangente al contorno C) podemos calcular el campo magnético a partir del eléctrico ($\mathbf{H} = (-i/\mu k_0) \nabla \times \mathbf{E}$) en polarización S :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = (0, \Phi_S(\mathbf{r}), 0) \implies \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{i}{\mu k_0} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi_S(\mathbf{r})}{\partial \tau} \mathbf{u}_r - \frac{\partial \Phi_S(\mathbf{r})}{\partial n} \mathbf{u}_\theta \right) \quad (\text{C.29})$$

siendo \mathbf{u}_θ el vector unitario tangencial (que permite la identificación $\mathbf{u}_\theta = \vec{\tau}$). De igual manera, para el campo eléctrico a partir del magnético ($\mathbf{E} = (i/\epsilon k_0) \nabla \times \mathbf{H}$) en polarización P :

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = (0, \Phi_P(\mathbf{r}), 0) \implies \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{-i}{\epsilon k_0} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi_P(\mathbf{r})}{\partial \tau} \mathbf{u}_r - \frac{\partial \Phi_P(\mathbf{r})}{\partial n} \mathbf{u}_\theta \right) \quad (\text{C.30})$$

Las permitividades dieléctrica (ϵ) y magnética (μ) corresponden al medio que rodea al cilindro.

Trabajando con el teorema de extinción (como se explica en la sección C.1.1), obtenemos directamente los valores de los campos fuente y los de las derivadas normales. De ahí la conveniencia, para el caso del cilindro, del uso de los cambios anteriores. La derivada tangencial se calcula también muy fácilmente sin mas que tomar la derivada discreta a partir de los valores fuente de dos puntos próximos. Se aconseja tomar la derivada *centrada* (definida para una función $f(x)$ como $f'_c(x_i) = [f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})]/[x_{i+1} - x_{i-1}]$) en vez de la derivada *avanzada* ($f'_f(x_i) = [f(x_{i+1}) - f(x_i)]/[x_{i+1} - x_i]$) o la derivada *retrasada* ($f'_b(x_i) = [f(x_i) - f(x_{i-1})]/[x_i - x_{i-1}]$) puesto que, por razones de simetría, da valores mas exactos.

Sustituyendo (C.27) en la integral (C.26), obtenemos:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{F}_S \rangle &= \frac{a}{8\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \left[\frac{1}{\mu k_0^2 a} \Re \left\{ \frac{1}{a} \left| \frac{\partial \Phi_S}{\partial \tau} \right|^2 \mathbf{u}_r - \frac{\partial \Phi_S}{\partial \tau} \frac{\partial \Phi_S^*}{\partial n} \mathbf{u}_\theta \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \left[\Re \{ \epsilon \} |\Phi_S|^2 + \frac{1}{\mu k_0^2} \left(\frac{1}{a^2} \left| \frac{\partial \Phi_S}{\partial \tau} \right|^2 + \left| \frac{\partial \Phi_S}{\partial n} \right|^2 \right) \right] \mathbf{u}_r \right], \quad (\text{C.31}) \end{aligned}$$

para onda S . Y sustituyendo (C.27) en la misma integral, obtenemos:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{F}_P \rangle &= \frac{a}{8\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \left[\frac{1}{k_0^2 a} \Re \left\{ \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{1}{a} \left| \frac{\partial \Phi_P}{\partial \tau} \right|^2 \mathbf{u}_r - \frac{\partial \Phi_P}{\partial \tau} \frac{\partial \Phi_P^*}{\partial n} \mathbf{u}_\theta \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \left[\mu |\Phi_P|^2 + \frac{1}{k_0^2} \Re \left\{ \frac{1}{\epsilon} \right\} \left(\frac{1}{a^2} \left| \frac{\partial \Phi_P}{\partial \tau} \right|^2 + \left| \frac{\partial \Phi_P}{\partial n} \right|^2 \right) \right] \mathbf{u}_r \right], \quad (\text{C.32}) \end{aligned}$$

para onda P . A lo largo de ambas integrales, Φ_α y sus derivadas están evaluadas en $r = a$.

BIBLIOGRAFÍA

- [Affolter 73] P. Affolter y B. Eliasson. *Electromagnetic resonances and Q-factors of lossy dielectric spheres*. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., **MTT-21**, pags. 573–578, 1973.
- [Agarwal 75a] G. S. Agarwal. *Quantum electrodynamics in the presence of dielectrics and conductors. I. Electromagnetic-field response functions and black-body fluctuations in finite geometries*. Phys. Rev. A, **11**, pags. 230–242, 1975.
- [Agarwal 75b] G. S. Agarwal. *Quantum electrodynamics in the presence of dielectrics and conductors. IV. General theory for spontaneous emission in finite geometries*. Phys. Rev. A, **12**, pags. 1475–1497, 1975.
- [Alfano 96] R. R. Alfano y J. G. Fujimoto, editores. *Osa tops in advances in optical imaging and photon migration*, Washington, D.C., 1996. Optical Society of America.
- [Allegrini 01] M. Allegrini, N. García y O. Marti, editores. *Nanometer scale science and technology*, Amsterdam, 2001. Società Italiana di Fisica, IOS PRESS. in *Proc. Int. Sch. E. Fermi, Varenna*.
- [Almaas 95] E. Almaas y I. Brevik. *Radiation forces on a micrometer-sized sphere in an evanescent field*. J. Opt. Soc. Am. B, **12**, pags. 2429–2438, 1995.
- [Alonso 68] M. Alonso y E. J. Finn. *Quantum and Statistical Physics*. Addison-Wesley Series in Physics, Addison-Wesley, Reading, MA, 1968.
- [Antonoyiannakis 97] M. I. Antonoyiannakis y J. B. Pendry. *Mie resonances and bonding in photonic crystals*. Europhys. Lett., **40**, pags. 613–618, 1997.
- [Antonoyiannakis 99] M. I. Antonoyiannakis y J. B. Pendry. *Electromagnetic forces in photonic crystals*. Phys. Rev. B, **60**, pags. 2363–2374, 1999.
- [Arias-González 99] J. R. Arias-González, M. Nieto-Vesperinas y A. Madrazo. *Morphology-dependent resonances in the scattering of electromagnetic waves from an object buried beneath a plane or a random rough surface*. J. Opt. Soc. Am. A, **16**, pags. 2928–2934, 1999.
- [Arias-González 00] J. R. Arias-González y M. Nieto-Vesperinas. *Near field distributions of resonant modes in small dielectric objects on flat surfaces*. Opt. Lett., **25**, pags. 782–784, 2000.

-
- [Arias-González 01a] J. R. Arias-González, P. C. Chaumet y M. Nieto-Vesperinas. *Nano-particles on surfaces: resonances and optical forces*. En *Nanometer Scale Science and Technology*, 2001. [Allegrini 01].
- [Arias-González 01b] J. R. Arias-González y M. Nieto-Vesperinas. *Resonant near-field eigenmodes of nanocylinders on flat surfaces under both homogeneous and inhomogeneous lightwave excitation*. *J. Opt. Soc. Am. A*, **18**, pags. 657–665, 2001.
- [Arias-González 02a] J. R. Arias-González y M. Nieto-Vesperinas. *Optical forces on small particles: attractive and repulsive forces and plasmon resonance conditions*. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002. Enviado.
- [Arias-González 02b] J. R. Arias-González y M. Nieto-Vesperinas. *Radiation pressure over dielectric and metallic nanocylinders on surfaces: polarization dependence and plasmon resonance conditions*. *Opt. Lett.*, 2002. Enviado.
- [Arias-González 02c] J. R. Arias-González, M. Nieto-Vesperinas y M. Lester. *Modeling photonic-force microscopy with metallic particles under plasmon eigenmode excitation*. *Phys. Rev. B*, **65**, 115402, 2002.
- [Arnold 91] S. Arnold, C. T. Liu, W. B. Whitten y J. M. Ramsey. *Room-temperature microparticle-based persistent spectral hole-burning memory*. *Opt. Commun.*, **16**, pags. 420–422, 1991.
- [Arnold 92] S. Arnold, J. Communale, W. B. Whitten, J. M. Ramsey y K. A. Fuller. *Room-temperature microparticle-based persistent hole-burning spectroscopy*. *J. Opt. Soc. Am. B*, **9**, pags. 819–824, 1992.
- [Ashkin 70] A. Ashkin. *Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure*. *Phys. Rev. Lett.*, **24**, pags. 156–159, 1970.
- [Ashkin 74] A. Ashkin y J. M. Dziedzic. *Appl. Phys. Lett.*, **24**, 586, 1974.
- [Ashkin 77] A. Ashkin y J. M. Dziedzic. *Observation of Resonances in the Radiation Pressure on Dielectric Spheres*. *Phys. Rev. Lett.*, **38**, pags. 1351–1354, 1977.
- [Ashkin 78] A. Ashkin. *Trapping of Atoms by Resonance Radiation Pressure*. *Phys. Rev. Lett.*, **40**, pags. 729–732, 1978.
- [Ashkin 80] A. Ashkin. *Science*, **210**, 1081, 1980.
- [Ashkin 81a] A. Ashkin y J. M. Dziedzic. *Observations of optical resonances of dielectric spheres by light scattering*. *Appl. Opt.*, **20**, pags. 1803–1814, 1981.
- [Ashkin 81b] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm y S. Chu. *Opt. Lett.*, **11**, pags. 288–290, 1981.
- [Ashkin 81c] A. Ashkin, J. M. Dziedzic y R. H. Stolen. *Outer diameter measurement of low birefringence optical fibers by a new resonant backscatter technique*. *Appl. Opt.*, **20**, pags. 2299–2303, 1981.

-
- [Ashkin 86] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm y S. Chu. *Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles*. Opt. Lett., **11**, pags. 288–290, 1986.
- [Ashkin 87a] A. Ashkin y J. M. Dziedzic. *Optical Trapping and Manipulation of Viruses and Bacteria*. Science, **235**, pags. 1517–1520, 1987.
- [Ashkin 87b] A. Ashkin, J. M. Dziedzic y T. Yamane. *Optical trapping and manipulation of single cells using infrared laser beams*. Nature, **330**, pags. 769–771, 1987.
- [Ashkin 90] A. Ashkin, K. Schütze, J. M. Dziedzic, U. Euteneuer y M. Schliwa. *Force generation of organelle transport measured in vivo by an infrared laser trap*. Nature, **348**, pags. 346–348, 1990.
- [Ashkin 92] A. Ashkin y J. M. Dziedzic. *Conditions for conductance quantization in realistic models of atomic-scale metallic contacts*. Appl. Phys. Lett., **24**, pags. 586–589, 1992.
- [Baer 87] T. Baer. *Continuous-wave laser oscillation in a Nd:YAG sphere*. Opt. Commun., **12**, pags. 392–394, 1987.
- [Balykin 89] V. I. Balykin y V. S. Letokhov. *Laser Optics of Neutral Atomic Beams*. Phys. Today, **42**, pags. 23–28, 1989.
- [Baños 66a] A. Baños. 1966. En [Baños 66b], capítulo 2.
- [Baños 66b] A. Baños. *Dipole Radiation in the Presence of a Conducting Half-Space*. Pergamon Press, Oxford, 1966.
- [Bar-Ziv 95] R. Bar-Ziv, T. Frisch y E. Moses. *Entropic expulsion in vesicles*. Phys. Rev. Lett., **75**, pags. 3481–3484, 1995.
- [Barber 82] P. W. Barber, J. F. Owen y R. K. Chang. *Resonant Scattering for Characterization of Axisymmetric Dielectric Objects*. IEEE Trans. Antennas Propagat., **30**, pags. 168–172, 1982.
- [Barber 88] P. W. Barber y R. K. Chang, editores. *Optical Effects Associated With Small Particles*. World Scientific, Singapore, 1988.
- [Barber 90] P. W. Barber y S. C. Hill. *Light Scattering by Particles: Computational Methods*. World Scientific, Singapore, 1990.
- [Barnes 02] M. D. Barnes, S. M. Mahurin, A. Mehta, B. G. Sumpter y D. W. Noid. *Three-Dimensional Photonic “Molecules” from Sequentially Attached Polymer-Blend Microparticles*. Phys. Rev. Lett., **88**, 015508, 2002.
- [Barton 89] J. P. Barton, D. R. Alexander y S. A. Schau. *Internal fields of a spherical particle illuminated by a tightly focused laser beam: focal point positioning effects at resonance*. J. Appl. Phys., **65**, pags. 2900–2906, 1989.
- [Barut 80] A. O. Barut. *Electrodynamics and classical theory of fields and particles*. Dover, New York, 1980.

-
- [Baum 76] C. E. Baum. *The singularity expansion method*. En Transient Electromagnetic Fields. Springer Verlag, 1976. [Felson 76].
- [Bayer 98] M. Bayer, T. Gutbrod, J. P. Reithmaier, A. Forchel, T. L. Reinecke, P. A. Knipp, A. A. Dremin y V. D. Kulakovskii. *Optical Modes in Photonic Molecules*. Phys. Rev. Lett., **81**, pags. 2582–2585, 1998.
- [Benincasa 87] D. S. Benincasa, P. W. Barber, J-Z. Zhang, W-F. Hsieh y R. K. Chang. *Spatial distribution of the internal and near-field intensities of large cylindrical and spherical scatterers*. Appl. Opt., **26**, pags. 1348–1356, 1987.
- [Benner 80] R. E. Benner, P. W. Barber, J. F. Owen y R. K. Chang. *Observation of structure resonances in the fluorescence spectra from microspheres*. Phys. Rev. Lett., **44**, pags. 475–478, 1980.
- [Bennett, ed. 92] J. M. Bennett, ed. *Surface Finish and its Measurement*. Optical Society of America, Washington, D.C., **2**, 1992. Collected Works in Optics.
- [Bjorkholm 78] J. E. Bjorkholm, R. R. Freeman, A. Ashkin y D. B. Pearson. *Observation of Focusing of Neutral Atoms by the Dipole Forces of Resonances*. Phys. Rev. Lett., **41**, pags. 1361–1364, 1978.
- [Block 89] S. M. Block, D. F. Blair y H. C. Berg. *Compliance of bacterial flagella measured with optical tweezers*. Nature, **338**, pags. 514–517, 1989.
- [Block 90] S. M. Block, L. S. B. Goldstein y B. J. Schnapp. *Bead movement by single kinesin molecules studied with optical tweezers*. Nature, **348**, pags. 348–352, 1990.
- [Bohren 83] C. F. Bohren y D. R. Huffman. *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. Wiley-Interscience Publication, New York, 1983.
- [Born 99a] M. Born y E. Wolf. 1999. En [Born 99d], sección 14.5.1.
- [Born 99b] M. Born y E. Wolf. 1999. En [Born 99d], sección 11.4.2.
- [Born 99c] M. Born y E. Wolf. 1999. En [Born 99d], pag. 34.
- [Born 99d] M. Born y E. Wolf. *Principles of optics*. Cambridge University Press, Cambridge, 7th edition, 1999.
- [Bruce 92] N. C. Bruce, A. J. Sant y J. C. Dainty. *The Mueller matrix for rough surface scattering*. Opt. Commun., **88**, pags. 471–484, 1992.
- [Bryant 66] H. C. Bryant y A. J. Cox. *Mie Theory and the Glory*. J. Opt. Soc. Am. A, **56**, pags. 1529–1532, 1966.
- [Burns 89] M. M. Burns, J.-M. Fournier y J. A. Golovchenco. *Optical binding*. Phys. Rev. Lett., **63**, pags. 1233–1236, 1989.
- [Burns 90] M. M. Burns, J.-M. Fournier y J. A. Golovchenco. *Optical Matter: Crystallization and Binding in Intense Optical Fields*. Science, **249**, pags. 749–754, 1990.

-
- [Burr 73] D. J. Burr y Y. T. Lo. *Remote sensing of complex permittivity by multipole resonances in RCS*. IEEE Trans. Antennas Propagat., **21**, pags. 554–561, 1973.
- [Charon 92] N. W. Charon, S. F. Goldstein, S. M. Block, K. Curci y J. D. Ruby. J. Bacteriol., **174**, 832, 1992.
- [Chaumet 00a] P. C. Chaumet y M. Nieto-Vesperinas. *Coupled dipole method determination of the electromagnetic force on a particle over a flat dielectric substrate*. Phys. Rev. B, **61**, pags. 14119–14127, 2000.
- [Chaumet 00b] P. C. Chaumet y M. Nieto-Vesperinas. *Electromagnetic force on a metallic particle in presence of a dielectric surface*. Phys. Rev. B, **62**, pags. 11185–11191, 2000.
- [Chaumet 00c] P. C. Chaumet y M. Nieto-Vesperinas. *Time-averaged total force on a dipolar sphere in an electromagnetic field*. Opt. Lett., **25**, pags. 1065–1067, 2000.
- [Chaumet 01] P. C. Chaumet y M. Nieto-Vesperinas. *Optical binding of particles with or without the presence of a flat dielectric surface*. Phys. Rev. B, **64**, 035422, 2001.
- [Chaumet 02] P. C. Chaumet, A. Rahmani y M. Nieto-Vesperinas. *Optical Trapping and Manipulation of Nano-objects with an Apertureless Probe*. Phys. Rev. Lett., **88**, 123601, 2002.
- [Cheong 90] W. F. Cheong, S. A. Prahl y A. J. Welch. IEEE Quantum Electronics, **26**, 2166, 1990.
- [Chew 76] H. W. Chew, P. J. McNulty y M. Kerker. *Model for Raman and fluorescent scattering by molecules embedded in small particles*. Phys. Rev. A, **13**, pags. 396–404, 1976.
- [Chew 79] H. W. Chew, D.-S. Wang y M. Kerker. *Elastic scattering of evanescent electromagnetic waves (T)*. Appl. Opt., **18**, pags. 2679–2687, 1979.
- [Chu 85] S. Chu, L. Holberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable y A. Ashkin. *Three Dimensional Viscous Confinement and Cooling of Atoms by Resonance Radiation Pressure*. Phys. Rev. Lett., **55**, pags. 48–51, 1985.
- [Chu 86a] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin y A. Cable. *Experimental Observation of Optically Trapped Atoms*. Phys. Rev. Lett., **57**, pags. 314–317, 1986.
- [Chu 86b] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, J. P. Gordon y L. Holberg. *Proposal for Optically Cooling Atoms to Temperatures of the Order of 10⁻⁶ K*. Opt. Lett., **11**, pags. 73–75, 1986.
- [Chu 98] S. Chu. *The manipulation of neutral particles*. Rev. Mod. Phys., **70**, pags. 685–706, 1998.
- [Chylek 78] P. Chylek, J. T. Kiehl y M. K. W. Ko. *Optical levitation and partial wave resonances*. Phys. Rev. A, **18**, pags. 2229–2233, 1978.

- [Chylek 83] P. Chylek, V. Ramaswamy, A. Ashkin y J. M. Dziedzic. *Simultaneous determination of refractive index and size of spherical dielectric particles from light scattering data*. Appl. Opt., **22**, pags. 2302–2307, 1983.
- [Chylek 85] P. Chylek, J. D. Pendleton y R.G. Pinnick. *Internal and near-surface scattered field of a spherical particle at resonant conditions*. Appl. Opt., **24**, pags. 3940–3942, 1985.
- [Clapp 99] A. R. Clapp, A. G. Ruta y R. B. Dickinson. *Three-dimensional optical trapping and evanescent wave light scattering for direct measurement of long range forces between a colloidal particle and a surface*. Rev. Sci. Instr., **70**, pags. 2627–2636, 1999.
- [Cohen-Tannoudji 98] C. N. Cohen-Tannoudji. *Manipulation of atoms with photons*. Rev. Mod. Phys., **70**, pags. 707–719, 1998.
- [Collot 93] L. Collot, V. Lefèvre-Seguin, M. Brune, J. M. Raimond y S. Haroche. *Very High-Q Whispering-Gallery Mode Resonances Observed on Fused Silica Microspheres*. Europhys. Lett., **23**, pags. 327–334, 1993.
- [Cook 82] R. J. Cook y R. K. Hill. *An Electromagnetic Mirror for Neutral Atoms*. Opt. Commun., **43**, pags. 258–260, 1982.
- [Crocker 94] J. C. Crocker y D. G. Grier. *Microscopic measurement of the pair interaction potential of charge-stabilized colloid*. Phys. Rev. Lett., **73**, pags. 352–355, 1994.
- [Crocker 96] J. C. Crocker y D. G. Grier. *When like charges attract: the effects of geometrical confinement on long-range colloidal interactions*. Phys. Rev. Lett., **77**, pags. 1897–1900, 1996.
- [Crocker 99] J. C. Crocker, J. A. Mattes, A. D. Dinsmore y A. G. Yodh. *Entropic Attraction and Repulsion in Binary Colloids Probed with a Line Optical Tweezer*. Phys. Rev. Lett., **82**, pags. 4352–4355, 1999.
- [Dalibard 89] J. Dalibard y C. N. Cohen-Tannoudji. *Laser Cooling Below the Doppler Limit by Polarization Gradients-Simple Theoretical Models*. J. Opt. Soc. Am. B, **6**, pags. 2023–2045, 1989.
- [de la Peña 99] J. L. de la Peña, F. González, J. M. Saiz, F. Moreno y P. J. Valle. *Sizing particles on substrates: A general method for oblique incidence*. J. Appl. Phys., **85**, pags. 432–438, 1999.
- [Debye 09] P. Debye. *Der Lichtdruck auf Kugeln von beliebigem Material*. Ann. Physik, **30**, pags. 57–136, 1909.
- [Demos 96] S. G. Demos y R. R. Alfano. *Temporal gating in highly scattering media by the degree of optical polarization*. Opt. Lett., **21**, pags. 161–163, 1996.
- [Depasse 92] F. Depasse y D. Courjon. Opt. Commun., **87**, 79, 1992.
- [Depasse 94] F. Depasse y J.-M. Vigoreux. *Optical binding force between two Rayleigh particles*. J. Phys. D, **27**, pags. 914–919, 1994.

- [Dereux 94] A. Dereux, C. Girard, O. J. F. Martin y M. Devel. *Movement of micrometer-sized particles in the evanescent field of a laser beam*. Eur.ophys. Lett., **26**, pags. 37–42, 1994.
- [Dinsmore 96] A. D. Dinsmore, A. G. Yodh y D. J. Pine. *Entropic control of particle motion using passive surface microstructures*. Nature, **383**, pags. 239–242, 1996.
- [Ditlbacher 00] H. Ditlbacher, J. R. Krenn, B. Lamprecht, A. Leitner y F. R. Aussenegg. *Spectrally coded optical data storage by metal nanoparticles*. Opt. Lett., **25**, pags. 503–565, 2000.
- [Dogariu 00] A. C. Dogariu y R. Rajagopalan. *Optical Traps as Force Transducers: The effects of Focusing the Trapping Beam through a Dielectric Interface*. Langmuir, **16**, pags. 2770–2778, 2000.
- [Draine 88] B. T. Draine. *The Discrete-dipole approximation and its application to interstellar graphite grains*. Astrophys. J., **333**, pags. 848–872, 1988.
- [Dubreuil 96] N. Dubreuil, J. C. Knight, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, J. M. Raimond y S. Haroche. Near field optics with high- Q whispering-gallery modes, pags. 191–203. Kluwer Academic Publishing, 1996. [Nieto-Vesperinas 96].
- [Dungey 91] C. E. Dungey y C. F. Bohren. *Light scattering by nonspherical particles: a refinement to the coupled-dipole method*. J. Opt. Soc. Am. A, **8**, pags. 81–87, 1991.
- [El-Shenawee 01] M. El-Shenawee, C. Rappaport y M. Silevitch. *Monte Carlo simulations of electromagnetic wave scattering from a random rough surface with three-dimensional penetrable buried object: mine detection application using the steepest-descent fast multipole method*. J. Opt. Soc. Am. A, **18**, pags. 3077–3084, 2001.
- [Fahlen 68] T. S. Fahlen y H. C. Bryant. *Optical Back Scattering from Single Water Droplets*. J. Opt. Soc. Am., **58**, pags. 304–310, 1968.
- [Felson 76] L. B. Felson, editor. Transient electromagnetic fields. Springer Verlag, 1976.
- [Ferrari 98] L. A. Ferrari y J. B. Comunale. *Splitting of low- Q Mie resonances*. J. Opt. Soc. Am. A, **15**, pags. 1858–1866, 1998.
- [Florin 96] E.-L. Florin, J. K. H. Hörber y E. H. K. Stelzer. *High-resolution axial and lateral position sensing using two-photon excitation of fluorophores by a continuous Nd:YAG laser*. Appl. Phys. Lett., **69**, pags. 446–448, 1996.
- [Folan 85] L. M. Folan, S. Arnold y S. D. Druger. *Enhanced energy transfer within a microparticle*. Chem. Phys. Lett., **118**, pags. 322–327, 1985.
- [Frosch 93] P. J. Frosch y A. M. Kligman, editores. *Noninvasive methods for the quantification of skin functions*. Springer-Verlag, Berlin, 1993.

-
- [Fuller 94] K. A. Fuller. *Morphology-dependent resonances in eccentrically stratified spheres*. Opt. Lett., **19**, pags. 1272–1274, 1994.
- [Furukawa 98] H. Furukawa y I. Yamaguchi. *Optical trapping of metallic particles by a fixed Gaussian beam*. Opt. Lett., **23**, pags. 216–218, 1998.
- [Gallatin 91] G. M. Gallatin y P. L. Gould. *Laser focusing of atomic beams*. J. Opt. Soc. Am. B, **8**, pags. 502–508, 1991.
- [García 97] N. García, M. Nieto-Vesperinas y H. Rohrer, editores. *Nanoscale science and technology*, Dordrecht, 1997. NATO ASI Series, Kluwer Academic Publishing.
- [Garret 61] C. G. B. Garret, W. Kaiser y W. L. Long. *Stimulated emission into optical whispering modes of spheres*. Phys. Rev., **124**, pags. 1807–1809, 1961.
- [Gastine 67] M. Gastine, L. Courtois y J. L. Dormann. *Electromagnetic resonances of free dielectric spheres*. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., **MTT-15**, pags. 694–700, 1967.
- [Gaunaud 83] G. C. Gaunaud, H. Uberall y A. Nagl. *Complex frequency poles and creeping-wave transients in electromagnetic-wave scattering*. Proc. IEEE, **71**, pags. 172–174, 1983.
- [Gayen 96] S. K. Gayen y R. R. Alfano. *Emerging optical biomedical imaging techniques*. Opt. and Photonics News, **7(3)**, pags. 17–22, 1996.
- [Ghislain 93] L. P. Ghislain y W. W. Webb. *Scanning-force microscope based on an optical trap*. Opt. Lett., **18**, pags. 1678–1680, 1993.
- [Girard 94] C. Girard, A. Dereux y O. J. F. Martin. *Theoretical analysis of light-inductive forces in scanning probe microscopy*. Phys. Rev. B, **49**, pags. 13872–13881, 1994.
- [Gómez-Medina 01] R. Gómez-Medina, P. San José, A. García-Martín, M. Lester, M. Nieto-Vesperinas y J. J. Sáenz. *Resonant radiation pressure on neutral particles in a waveguide*. Phys. Rev. Lett., **86**, pags. 4275–4277, 2001.
- [Goodman 68] J. W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill, New York, 1968.
- [Gordon 73] J. P. Gordon. *Radiation Forces and Momenta in Dielectric Media*. Phys. Rev. A, **8**, pags. 14–21, 1973.
- [Gouesbet 90] G. Gouesbet, G. Gréhan y B. Maheu. *Localized interpretation to compute all the coefficients g_{nm} in the generalized Lorenz-Mie theory*. J. Opt. Soc. Am. A, **7**, pags. 998–1007, 1990.
- [Greffet 97] J. J. Greffet y R. Carminati. *Image Formation in Near-field Optics*. Prog. Surf. Sci., **56**, pags. 133–235, 1997.
- [Griffel 96] G. Griffel, S. Arnold, D. Taskent, A. Serpengüzel, J. Connolly y N. Morris. *Morphology-dependent resonances of a microsphere-optical fiber system*. Opt. Lett., **21**, pags. 695–697, 1996.

-
- [Grover 00] S. C. Grover, R. C. Gauthier y A. G. Skirtach. *Analysis of the behaviour of erythrocytes in an optical trapping system*. Opt. Express, **7**, pags. 535–539, 2000.
- [Gu 99] M. Gu y P. Ch. Ke. *Image enhancements in near-field scanning optical microscopy with laser-trapped metallic particles*. Opt. Lett., **24**, pags. 74–76, 1999.
- [Guillon 77] P. Guillon y Y. Garault. *Accurate resonant frequencies of dielectric resonators*. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., **MTT-25**, pags. 916–925, 1977.
- [Güntherodt 95] H.-J. Güntherodt, D. Anselmetti y E. Meyer, editores. *Forces in scanning probe methods*, Dordrecht, 1995. NATO ASI Series, Kluwer Academic Publishing.
- [Gustavson 02] T. L. Gustavson, A. P. Chikkatur, A. E. Leanhardt, A. Görlitz, S. Gupta, D. E. Pritchard y W. Ketterle. *Transport of Bose-Einstein Condensates with Optical Tweezers*. Phys. Rev. Lett., **88**, 020401, 2002.
- [Haus 84] H. A. Haus. *Waves and Fields in Optoelectronics*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1984.
- [Haus 89] H. A. Haus y J. R. Melcher. *Electromagnetic Fields and Energy*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1989.
- [Hecht 96] B. Hecht, H. Bielefeldt, L. Novotny, Y. Inouye y D. W. Pohl. *Local Excitation, Scattering, and Interference of Surface Plasmons*. Phys. Rev. Lett., **77**, pags. 1889–1892, 1996.
- [Hill 84] S. C. Hill, R. E. Benner, C. K. Rushforth y P. R. Conwell. *Structural resonances observed in the fluorescence emission from small spheres on substrates*. Appl. Opt., **23**, pags. 1680–1683, 1984.
- [Hill 85] S. C. Hill, R. E. Benner, C. K. Rushforth y P. R. Conwell. *Sizing dielectric spheres and cylinders by aligning measured and computed structural resonance locations: algorithm for multiple orders*. Appl. Opt., **24**, pags. 2380–2390, 1985.
- [Hill 88] S. C. Hill y R. E. Benner. *Morphology-dependent resonances*. World Scientific, 1988. En [Barber 88], capítulo 1.
- [Hill 95] S. C. Hill y R. K. Chang. *Nonlinear optics in droplets*. En *Studies in Classical and Quantum Nonlinear Optics*. Nova Science Publishers, Inc., 1995.
- [Hoppe 93] U. Hoppe y R. Lunderstadt. Springer-Verlag, 1993. En [Frosch 93], pag. 25.
- [Hörber 01] J. K. H. Hörber. *Local Probe Techniques in Biology*. En *Nanometer Scale Science and Technology*, 2001. [Allegrini 01].

- [Hotta 98] J. Hotta, K. Sasaki, H. Masuhara y Y. Morishima. *Laser-controlled assembling of repulsive unimolecular micelles in aqueous solution*. J. Phys. Chem. B, **102**, pags. 7687–7690, 1998.
- [Inada 70a] H. Inada y M.A. Plonus. *The diffracted field contribution to the scattering from a large dense dielectric sphere*. IEEE Trans. Antennas Propagat., **18**, pags. 649–660, 1970.
- [Inada 70b] H. Inada y M.A. Plonus. *The geometric optics contribution to the scattering from a large dense dielectric sphere*. IEEE Trans. Antennas Propagat., **18**, pags. 89–99, 1970.
- [Inouye 94] Y. Inouye y S. Kawata. *Near-field scanning optical microscope with a metallic probe tip*. Opt. Lett., **19**, pags. 159–161, 1994.
- [Inouye 98] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, A. P. Chikkatur, y W. Ketterle. *Resonances in a Bose-Einstein Condensate*. Nature, **392**, pags. 151–154, 1998.
- [Ishimaru 78] A. Ishimaru. *Wave Propagation and Scattering in Random Media*. Academic, New York, 1978. Vol. 1.
- [Jackson 75] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. Wiley-Interscience Publication, New York, 2nd edition, 1975.
- [Jacques 01] S. L. Jacques. En OSA TOPS in Advances in Optical Imaging and Photon Migration, 2001. [Alfano 96].
- [Johnson 93] B. R. Johnson. *Theory of morphology-dependent resonances: shape resonances and width formulas*. J. Opt. Soc. Am. A, **10**, pags. 343–352, 1993.
- [Johnson 94] B. R. Johnson. *Morphology-dependent resonances of a dielectric sphere on a conducting plane*. J. Opt. Soc. Am. A, **11**, pags. 2055–2064, 1994.
- [Kajfez 86] D. Kajfez y P. Guillon, editores. Dielectric resonators, Dedham, Mass, 1986. Artech House.
- [Kasevich 91] M. Kasevich y S. Chu. *Atomic Interferometry Using Stimulated Raman Transitions*. Phys. Rev. Lett., **67**, pags. 181–184, 1991.
- [Kawata 92] S. Kawata y T. Sugiura. *Movement of micrometer-sized particles in the evanescent field of a laser beam*. Opt. Lett., **17**, pags. 772–774, 1992.
- [Kawata 94] S. Kawata, Y. Inouye y T. Sugiura. *Near-field scanning optical microscope with a laser trapped probe*. Jpn. J. Appl. Phys., **33**, pags. 1725–1727, 1994.
- [Kawata 96] S. Kawata y T. Tani. *Optically driven Mie particles in an evanescent field along a channeled waveguide*. Opt. Lett., **21**, pags. 1768–1770, 1996.
- [Keller 93] O. Keller, M. Xiao y S. Bozhevolnyi. *Configurational Resonances in Optical Near-Field Microscopy: A Rigorous Point-Dipole Approach*. Surf. Sci., **280**, pags. 217–230, 1993.

-
- [Kerker 69] M. Kerker. *The Scattering of Light and Other Electromagnetic Radiation*. Academic Press, New York, 1969.
- [Ketterle 99] W. Ketterle. *Experimental Studies of Bose-Einstein Condensation*. Phys. Today, **52** (11), pags. 30–35, 1999.
- [Khaled 92] E. E. M. Khaled, S. C. Hill, P. W. Barber y D. Q. Chowdhury. *Near-resonance excitation of dielectric spheres with plane waves and off-axis Gaussian beams*. Appl. Opt., **31**, pags. 1166–1169, 1992.
- [Khaled 94] E. E. M. Khaled, S. C. Hill y P. W. Barber. *Internal electric energy in a spherical particle illuminated with a plane wave or off-axis Gaussian beam*. Appl. Opt., **33**, pags. 524–532, 1994.
- [Khare 74] V. Khare y H. M. Nussenzveig. *Theory of the Rainbow*. Phys. Rev. Lett., **33**, pags. 976–980, 1974.
- [Khare 77] V. Khare y H. M. Nussenzveig. *Theory of the Glory*. Phys. Rev. Lett., **38**, pags. 1279–1282, 1977.
- [Kim 83] J. S. Kim y S. S. Lee. *Scattering of laser beams and the optical potential well for a homogeneous sphere*. J. Opt. Soc. Am. A, **73**, pags. 303–312, 1983.
- [Klar 98] T. Klar, M. Perner, S. Grosse, G. V. Plessen, W. Spirkel y J. Feldmann. *Surface Plasmon resonances in single metallic nanoparticles*. Phys. Rev. Lett., **80**, pags. 4249–4252, 1998.
- [Knight 95] J. C. Knight, N. Dubreuil, V. Sandoghdar, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, J. M. Raimond y S. Haroche. *Mapping whispering-gallery modes in microspheres with a near-field probe*. Opt. Lett., **20**, pags. 1515–1517, 1995.
- [Kreibig 01] U. Kreibig. *Optical properties of nanostructured matter*. En Nanometer Scale Science and Technology, 2001. [Allegrini 01].
- [Krenn 99] J. R. Krenn, A. Dereux, J. C. Weeber, E. Bourillot, Y. Lacroute, J. P. Goudonnet, G. Schider, W. Gotschy, A. Leitner, F. R. Aussenegg y C. Girard. *Squeezing the Optical Near-Field Zone by Plasmon Coupling of Metallic Nanoparticles*. Phys. Rev. Lett., **82**, pags. 2590–2593, 1999.
- [Lebedev 01] P. N. Lebedev. *Untersuchunge über die Druckkräfte des Lichtes*. Annalen der Physik, **6**, 433, 1901.
- [Lester 99] M. Lester y M. Nieto-Vesperinas. *Optical forces on microparticles in an evanescent laser field*. Opt. Lett., **24**, pags. 936–938, 1999.
- [Lester 01] M. Lester, J. R. Arias-González y M. Nieto-Vesperinas. *Fundamentals and model of photonic-force microscopy*. Opt. Lett., **26**, pags. 707–709, 2001.
- [Lettieri 85] T. R. Lettieri y R. L. Preston. *Observation of sharp resonances in the spontaneous Raman spectrum of a single optically levitated microdroplet*. Opt. Commun., **54**, pags. 349–352, 1985.

- [Lin 86] H.-B. Lin, A. Huston, B. J. Justus y A. J. Campillo. *Some characteristics of a droplet whispering-gallery mode laser*. Opt. Lett., **11**, pags. 614–616, 1986.
- [Link 99a] S. Link y M. A. El-Sayed. *Size and temperature dependence of the plasmon absorption of colloidal gold nanoparticles*. J. Phys. Chem. B, **103**(21), pags. 4212–4217, 1999. (Communication).
- [Link 99b] S. Link, M. B. Mohamed y M. A. El-Sayed. *Simulation of the optical absorption spectra of gold nanorods as a function of their aspect ratio and the effect of the medium dielectric constant*. J. Phys. Chem. B, **103**, pags. 3073–3077, 1999.
- [Link 99c] S. Link, Z.-L. Wang y M. A. El-Sayed. *Alloy formation of gold-silver nanoparticles and the dependence of the plasmon absorption on their composition*. J. Phys. Chem. B, **103**, pags. 3529–3533, 1999.
- [Liu 95] C. Liu, T. Kaiser, S. Lange y G. Schweiger. *Structural resonances in a dielectric sphere illuminated by an evanescent wave*. Opt. Commun., **117**, pags. 521–531, 1995.
- [Lock 95] J. A. Lock. *Improved Gaussian beam-scattering algorithm*. Appl. Opt., **34**, pags. 559–570, 1995.
- [Lock 98] J. A. Lock. *Excitation efficiency of a morphology-dependent resonance by a focused Gaussian beam*. J. Opt. Soc. Am. A, **15**, pags. 2986–2994, 1998.
- [Madrazo 95] A. Madrazo y M. Nieto-Vesperinas. *Scattering of electromagnetic waves from a cylinder in front of a conducting plane*. J. Opt. Soc. Am. A, **12**, pags. 1298–1309, 1995.
- [Madrazo 96] A. Madrazo y M. Nieto-Vesperinas. *Surface structure and polariton interactions in the scattering of electromagnetic waves from a cylinder in front of a conducting grating; theory for the reflection photon scanning tunneling microscope*. J. Opt. Soc. Am. A, **13**, pags. 785–795, 1996.
- [Madrazo 97a] A. Madrazo. *Análisis de la interacción punta detectora-superficie y formación de imágenes en óptica de campo cercano*. Tesis doctoral, Universidad de Cantabria, Spain, 1997.
- [Madrazo 97b] A. Madrazo y M. Nieto-Vesperinas. *Imaging properties of a nanocylinder close to a surface*. J. Opt. Soc. Am. A, **14**, pags. 2768–2776, 1997.
- [Madrazo 97c] A. Madrazo y M. Nieto-Vesperinas. *Reconstruction of corrugated dielectric surfaces with a model of a photon scanning tunneling microscope: influence of the tip on the near field*. J. Opt. Soc. Am. A, **14**, pags. 618–628, 1997.
- [Madrazo 97d] A. Madrazo y M. Nieto-Vesperinas. *Scattering of light and other electromagnetic waves from a body buried beneath a highly rough random surface*. J. Opt. Soc. Am. A, **14**, pags. 1859–1866, 1997.

- [Madrazo 99] A. Madrazo, J. R. Arias-González y M. Nieto-Vesperinas. *Polarization effects in the scattering of electromagnetic waves by an object beneath a random rough surface*. Opt. Commun., **162**, pags. 91–98, 1999.
- [Maheu 89] B. Maheu, G. Gréhan y G. Gouesbet. *Ray localization in Gaussian beam*. Opt. Commun., **70**, pags. 259–262, 1989.
- [Malley 98] L. E. Malley, D. A. Pommet y M. A. Fiddy. *Optically induced ordering in microparticle suspensions*. J. Opt. Soc. Am. B, **15**, pags. 1590–1595, 1998.
- [Mandel 95] L. Mandel y E. Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [Maradudin 90] A. A. Maradudin, T. Michel, A. R. McGurn y E. R. Méndez. *Enhanced Backscattering of Light from a Random Grating*. Annals of Phys., **203**, pags. 255–307, 1990.
- [Maradudin 94] A. A. Maradudin, M. Nieto-Vesperinas y E. I. Thorsos. *Enhanced backscattering of light from randomly rough surfaces and related phenomena I: one-dimensional surfaces and angular correlation function of scattered fields*. Comments Condens. Matter Phys., **17**, pags. 13–37, 1994. Y referencias en el interior.
- [Marston 82] P. L. Marston y D. S. Langley. *Glory in backscattering: Mie and model predictions for bubbles and conditions on refractive index in drops*. J. Opt. Soc. Am. A, **72**, pags. 456–459, 1982.
- [Masuhara 94] H. Masuhara, F. C. de Schryver, N. Kitamura y N. Tamai. *Microchemistry-Spectroscopy and Chemistry in Small Domains*. North Holland Delta Series, Amsterdam, 1994.
- [Maystre 91] D. Maystre y J. C. Dainty, eds. *Modern Analysis of Scattering Phenomena*. Waves in Random Media, **1**, 1991. special issue, No. 3.
- [Mehta 99] A. D. Mehta, M. Rief, J. A. Spudick, D. A. Smith y R. H. Simmons. *Single-Molecule Biomechanics with Optical Methods*. Science, **283**, pags. 1689–1695, 1999.
- [Michel 94] T. R. Michel. *Resonant light scattering from weakly rough random surfaces and imperfect gratings*. J. Opt. Soc. Am. A, **11**, 1874, 1994.
- [Mie 08] G. Mie. Ann. Physik, **25**, pags. 377–444, 1908.
- [Moreno 96] F. Moreno, J. M. Saiz, P. J. Valle y F. González. *Metallic particle sizing on flat surfaces: Application to conducting substrates*. Appl. Phys. Lett., **68**, pags. 3087–3089, 1996.
- [Morse 53] P. M. Morse y H. Feshbach. *Methods of theoretical physics*. McGraw-Hill, New York, 1953.
- [Moser 81] P. J. Moser, J. D. Murphy y A. Nagl y H. Uberall. *Creeping wave excitation of the eigenvibrations of dielectric resonators*. Wave Motion, **3**, pags. 283–295, 1981.

-
- [Murphy 80] J. D. Murphy, P. J. Moser, A. Nagl y H. Uberall. *A surface wave interpretation for the resonances of a dielectric sphere*. IEEE Trans. Antennas Propagat., **28**, pags. 924–927, 1980.
- [Murray 97] C. A. Murray. *When like charges attract*. Nature, **385**, 203, 1997.
- [Nieto-Vesperinas 90] M. Nieto-Vesperinas y J. C. Dainty, editores. *Scattering in volumes and surfaces*, Amsterdam, 1990. North-Holland.
- [Nieto-Vesperinas 91] M. Nieto-Vesperinas. *Scattering and Diffraction in Physical Optics*. John Wiley & Sons, Inc, New York, 1991.
- [Nieto-Vesperinas 96] M. Nieto-Vesperinas y N. García, editores. *Optics at the nanometer scale*, Dordrecht, 1996. NATO ASI Series, Kluwer Academic Publishing.
- [Nieto-Vesperinas 02] M. Nieto-Vesperinas y J. R. Arias-González. *Theory of forces induced by evanescent fields*. Cambridge University Press, 2002. En [Rajagopalan 02], capítulo 3.
- [Novotny 97] L. Novotny, R. X. Bian y X. S. Xie. *Theory of Nanometric Optical Tweezers*. Phys. Rev. Lett., **79**, pags. 645–648, 1997.
- [Nussenzweig 69a] H. M. Nussenzweig. *High-frequency scattering by a transparent sphere. I. Direct reflection and transmission*. J. Math. Phys., **10**, pags. 82–124, 1969.
- [Nussenzweig 69b] H. M. Nussenzweig. *High-frequency scattering by a transparent sphere. II. Theory of the Rainbow and the glory*. J. Math. Phys., **10**, pags. 125–176, 1969.
- [Nussenzweig 79] H. M. Nussenzweig. *Complex angular momentum theory of the rainbow and the glory*. J. Opt. Soc. Am. A, **69**, pags. 1068–1079, 1979.
- [O'Donnell 91] K. A. O'Donnell y M. E. Knotts. *Polarization dependence of scattering from one-dimensional rough surfaces*. J. Opt. Soc. Am. A, **8**, 1126, 1991.
- [Ogilvy 91] J. A. Ogilvy. *Theory of Wave Scattering from Rough Surfaces*. Adam Hilguer, Bristol, 1991.
- [Ohtsu 93] M. Ohtsu, S. Jiang, T. Pangaribuan y M. Kozuma. En *Near Field Optics*. Kluwer Academic Publishing, 1993. [Pohl 93].
- [Okamoto 99] K. Okamoto y S. Kawata. *Radiation Force Exerted on Subwavelength Particles near a Nanoaperture*. Phys. Rev. Lett., **83**, pags. 4534–4537, 1999.
- [O'Neill 96] K. O'Neill, R. F. Lussky Jr. y K. D. Paulsen. *Scattering from a metallic object embedded near the randomly rough surface of a lossy dielectric*. IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, **34**, pags. 367–376, 1996.
- [Owen 81a] J. F. Owen, R. K. Chang y P. W. Barber. *Determination of optical fiber diameter from resonances in the elastic scattering spectrum*. Opt. Lett., **6**, pags. 272–274, 1981.

- [Owen 81b] J. F. Owen, R. K. Chang y P. W. Barber. *Internal electric field distributions of a dielectric cylinder at resonance wavelengths*. Opt. Lett., **6**, pags. 540–542, 1981.
- [Owen 82] J. F. Owen, R. K. Chang y P. W. Barber. *Morphology-dependent resonances in Raman scattering, fluorescence emission, and elastic scattering from microparticles*. Aerosol. Sci. Technol., **1**, pags. 293–302, 1982.
- [Owen 87] J. F. Owen, P. W. Barber, P. B. Dorain y R. K. Chang. *Enhancement of fluorescence by microstructure resonances of a dielectric fiber*. Phys. Rev. Lett., **47**, pags. 1075–1078, 1987.
- [Paesler 96] M. A. Paesler y P. J. Moyer. *Near-Field Optics*. John Wiley & Sons, Inc, New York, 1996.
- [Palik 85] E. D. Palik, editor. *Handbook of Optical Properties of Solids*. Academic Press, London, 1985.
- [Pattanayak 76a] D. N. Pattanayak y E. Wolf. *Resonance states as solutions of the Schrödinger equation with a nonlocal boundary condition*. Phys. Rev. E, **13**, pags. 2287–2290, 1976.
- [Pattanayak 76b] D. N. Pattanayak y E. Wolf. *Scattering states and bound states as solutions of the Schrödinger equation with nonlocal boundary conditions*. Phys. Rev. E, **13**, pags. 913–923, 1976.
- [Perkins 94] T. T. Perkins, D. E. Smith y S. Chu. *Direct Observation of Tube-Like Motion of a Single Polymer Chain*. Science, **264**, pags. 819–822, 1994.
- [Phillips 98] W. D. Phillips. *Laser cooling and trapping of neutral atoms*. Rev. Mod. Phys., **70**, pags. 721–741, 1998.
- [Pohl 93] D. W. Pohl y D. Courjon, editores. *Near field optics*, Dordrecht, 1993. NATO ASI Series, Kluwer Academic Publishing.
- [Pralle 98] A. Pralle, E.-L. Florin, E. H. K. Stelzer y J. K. H. Hörber. *Local viscosity probed by photonic force microscopy*. Appl. Phys. A: Mater. Sci. Process., **66**, pags. S71–S73, 1998.
- [Pralle 99] A. Pralle, M. Prummer, E.-L. Florin, E. H. K. Stelzer y J. K. H. Hörber. *Three-dimensional high-resolution particle tracking for Optical tweezers by forward scattered light*. Microsc. Res. Tech., **44**, pags. 378–386, 1999.
- [Prieve 93] D. C. Prieve y J. Y. Walz. *Scattering of an evanescent surface wave by a microscopic dielectric sphere*. Appl. Opt.-LP, **32**, 1629, 1993.
- [Prodan 85] J. Prodan, A. Migdall, W.D. Phillips, I. So, H. Metcalf y J. Dalibard. *Stopping Atoms with Laser Light*. Phys. Rev. Lett., **54**, pags. 992–995, 1985.
- [Purcell 73] E. M. Purcell y C. R. Pennypacker. *Scattering and absorption of light by nonspherical dielectric grains*. Astrophys. J., **186**, pags. 705–714, 1973.

- [Qian 85] S.-X. Qian, J. B. Snow y R. K. Chang. *Coherent Raman mixing and coherent anti-Stokes Raman scattering from individual micrometer-size droplets*. Opt. Lett., **10**, pags. 499–501, 1985.
- [Qian 86a] S.-X. Qian y R. K. Chang. *Multi-order Stokes emission from micrometer-sized droplets*. Phys. Rev. Lett., **56**, 926, 1986.
- [Qian 86b] S.-X. Qian y R. K. Chang. *Phase-modulation-broadened lineshapes from micrometer size CS₂ droplets*. Opt. Lett., **11**, pags. 371–373, 1986.
- [Qian 86c] S.-X. Qian, J. B. Snow, H.-M. Tzeng y R. K. Chang. *Lasing droplets: highlighting the liquid-air interface by laser emission*. Science, **231**, pags. 486–488, 1986.
- [Quinten 99] M. Quinten, A. Pack y R. Wannemacher. *Scattering and extinction of evanescent waves by small particles*. Appl. Phys. B: Lasers Opt., **68**, pags. 87–92, 1999.
- [Raether 88] H. Raether. *Surface Plasmons*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1988.
- [Rajagopalan 02] R. Rajagopalan y A. C. Dogariu, editores. *Optical Trapping and Manipulation of Particles and Polymers*. Cambridge University Press, Cambridge, 2002.
- [Ripoll 97] J. Ripoll, A. Madrazo y M. Nieto-Vesperinas. *Scattering of electromagnetic waves from a body over a random rough surface*. Opt. Commun., **142**, pags. 173–178, 1997.
- [Ripoll 00] J. Ripoll. *Difusión de luz en medios turbios con aplicación biomédica*. Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Madrid, Spain, 2000.
- [Rohrbach 01] A. Rohrbach y E. H. K. Stelzer. *Optical trapping of dielectric particles in arbitrary fields*. J. Opt. Soc. Am. A, **18**, pags. 839–853, 2001.
- [Sánchez-Gil 91] J. A. Sánchez-Gil y M. Nieto-Vesperinas. *Light scattering from random rough dielectric surfaces*. J. Opt. Soc. Am. A, **8**, pags. 1270–1286, 1991.
- [Sánchez-Gil 92] J. A. Sánchez-Gil. *Fenómenos de coherencia asociados a la localización débil de ondas electromagnéticas dispersadas por interfases rugosas*. Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Madrid, Spain, 1992.
- [Sasaki 92] K. Sasaki, M. Koshioka, H. Misawa, N. Kitamura y H. Masuhara. Appl. Phys. Lett., **60**, 807, 1992.
- [Sasaki 97] K. Sasaki, M. Tsukima y H. Masuhara. *Three-dimensional potential analysis of radiation pressure exerted on a single microparticle*. Appl. Phys. Lett., **71**, pags. 37–39, 1997.
- [Sasaki 00] K. Sasaki, J. Hotta, K. Wada y H. Masuhara. *Analysis of radiation pressure exerted on a metallic particle within an evanescent field*. Opt. Lett., **25**, pags. 1385–1387, 2000.

-
- [Schlicht 87] B. Schlicht, K. F. Wall, R. K. Chang y P. W. Barber. *Light scattering by two parallel glass fibers*. J. Opt. Soc. Am. A, **4**, pages. 800–809, 1987.
- [Service 99] R. F. Service. *Watching DNA at Work*. Science, **283**, pages. 1668–1669, 1999.
- [Sheetz 97] M. P. Sheetz, editor. *Laser Tweezers in Cell Biology*. Academic Press, San Diego, CA, 1997.
- [Smith 96] S. B. Smith, Y. Cui y C. Bustamante. *Overstretching B-DNA: the elastic response of individual double-stranded and single-stranded DNA molecules*. Science, **271**, pages. 795–799, 1996.
- [Snow 85] J. B. Snow, S.-X. Qian y R. K. Chang. *Stimulated Raman scattering from individual water and ethanol droplets at morphology-dependent resonances*. Opt. Lett., **10**, pages. 37–39, 1985.
- [Snow 86] J. B. Snow, S.-X. Qian y R. K. Chang. *Nonlinear optics with a micrometer-size droplet*. Opt. News, **12**, pages. 5–7, 1986.
- [Stamper-Kurn 98] D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, A. P. Chikkatur, S. Inouye, H.-J. Miesner, J. Stenger y W. Ketterle. *Optical Confinement of a Bose Einstein Condensate*. Phys. Rev. Lett., **80**, pages. 2027–2030, 1998.
- [Stout 97] A. L. Stout y W. W. Webb. *Optical Force Microscopy*. Methods Cell Biol., **55**, 99, 1997. En [Sheetz 97].
- [Stratton 41] J. A. Stratton. *Electromagnetic theory*. McGraw-Hill, New York, 1941.
- [Sugiura 93] T. Sugiura y S. Kawata. *Photon-pressure exertion on thin film and small particles in the evanescent field*. Bioimaging, **1**, pages. 1–5, 1993.
- [Sugiura 97] T. Sugiura, T. Okada, Y. Inouye, O. Nakamura y S. Kawata. *Gold-bead scanning near-field optical microscope with laser-force position control*. Opt. Lett., **22**, pages. 1663–1665, 1997.
- [Svoboda 92] K. Svoboda, C. F. Schmidt, D. Branton y S. M. Block. *Conformation and elasticity of the isolated red blood cell membrane skeleton*. Biophys. J., **63**, pages. 784–793, 1992.
- [Svoboda 93] K. Svoboda, C. F. Schmidt and B. J. Schnapp y S. M. Block. *Direct observation of kinesin stepping by optical trapping interferometry*. Nature, **365**, pages. 721–727, 1993.
- [Svoboda 94a] K. Svoboda y S. M. Block. *Biological Applications of optical Forces*. Ann. Rev. Biophys; Biomol. Struct., **23**, pages. 247–285, 1994.
- [Svoboda 94b] K. Svoboda y S. M. Block. *Optical trapping of metallic Rayleigh particles*. Opt. Lett., **19**, pages. 13–15, 1994.
- [Tai 94] Chen-To Tai. *Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory*. IEEE Press, Piscataway, 1994. Segunda edición.
- [Tamir 72a] T. Tamir. *Inhomogeneous Wave Types at Planar Structures: I. The Lateral Wave*. Optik, **36**, pages. 209–232, 1972.

- [Tamir 72b] T. Tamir. *Inhomogeneous Wave Types at Planar Structures: II. Surface Waves*. Optik, **37**, pags. 204–228, 1972.
- [Thurn 84] R. Thurn y W. Kiefer. *Raman-microsampling technique applying optical levitation by radiation pressure*. Appl. Spectrosc., **38**, pags. 78–83, 1984.
- [Thurn 85] R. Thurn y W. Kiefer. *Structural resonances observed in the Raman spectra of optically levitated liquid droplets*. Appl. Opt., **24**, pags. 1515–1519, 1985.
- [Tsang 85] L. Tsang, J. A. Kong y R. T. Shin. *Theory of Microwave Remote Sensing*. Wiley-Interscience Publication, New York, 1985.
- [Tsang 96] L. Tsang, G. Zhang y K. Pak. *Detection of a buried object under a single random rough surface with angular correlation function in EM wave scattering*. Microwave Opt. Technol. Lett., **11**, pags. 300–304, 1996.
- [Tzeng 84] H.-M. Tzeng, K. F. Wall, M. B. Long y R. K. Chang. *Laser emission from individual droplets at wavelengths corresponding to morphology-dependent resonances*. Opt. Lett., **9**, pags. 499–501, 1984.
- [Uberall 81] H. Uberall y G. C. Gaunaud. *The physical content of the singularity expansion method*. Appl. Phys. Lett., **39**, pags. 362–364, 1981.
- [van de Hulst 81] H. C. van de Hulst. *Light Scattering by Small Particles*. Dover, New York, 1981.
- [Vilfan 98] M. Vilfan, I. Musèvič y M. Čopič. *AFM observation of force on a dielectric sphere in the evanescent field of totally reflected light*. Europhys. Lett., **43**, pags. 41–46, 1998.
- [Visscher 93] K. Visscher, G. J. Brakenhoff y J. J. Krol. *Micromanipulation by ‘multiple’ optical traps created by a single fast scanning trap integrated with the bilateral confocal scanning microscope*. Cytometry, **14**, pags. 105–114, 1993.
- [Wada 00] K. Wada, K. Sasaki y H. Masuhara. *Optical measurement of interaction potentials between a single microparticle and an evanescent field*. Appl. Phys. Lett., **76**, pags. 2815–2817, 2000.
- [Walz 99] J. Y. Walz. *Ray optics calculation of the radiation forces exerted on a dielectric sphere in an evanescent field*. Appl. Opt., **38**, pags. 5319–5330, 1999.
- [Wang 91] L. Wang, P. P. Ho, C. Liu, G. Zhang y R. R. Alfano. *Ballistic 2-D imaging through scattering walls using an ultrafast optical Kerr gate*. Science, **253**, pags. 769–771, 1991.
- [Wannemacher 99] R. Wannemacher, A. Pack y M. Quinten. *Resonant absorption and scattering in evanescent fields*. Appl. Phys. B: Lasers Opt., **68**, pags. 225–232, 1999.

-
- [Webb 98] S. Webb, editor. The physics of medical imaging, Bristol, 1998. Institute of Physics Publ.
- [Weinberg 72] S. Weinberg. *Gravitation and cosmology*. John Wiley & Sons, Inc, New York, 1972.
- [Weiss 95] D. S. Weiss, V. Sandoghdar, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, J. M. Raimond y S. Haroche. *Splitting of high- Q Mie modes induced by light backscattering in silica microspheres*. Opt. Lett., **20**, pages. 1835–1837, 1995.
- [Wiscombe 80] W. J. Wiscombe. *Improved Mie scattering algorithms*. Appl. Opt., **19**, pages. 1505–1509, 1980.
- [Wolf 85] E. Wolf y M. Nieto-Vesperinas. *Anality of the angular spectrum amplitude of scattered fields and some of its consequences*. J. Opt. Soc. Am. A, **2**, pages. 886–890, 1985.
- [Yaghjian 80] A. D. Yaghjian. *Electric Dyadic Green's Functions in the Source Region*. Proc. IEEE, **68**, pages. 248–263, 1980.
- [Yariv 89] A. Yariv. *Quantum Electronics*. John Wiley, New York, 1989.
- [Yodh 95] A. Yodh y B. Chance. *Spectroscopy and imaging with diffusing light*. Phys. Today, **48**, pages. 38–40, 1995.
- [Zhang 88] J.-Z. Zhang, D. H. Leach y R. K. Chang. *Photon lifetime within a droplet: temporal determination of elastic and stimulated Raman scattering*. Opt. Commun., **13**, pages. 270–272, 1988.

